

初生西南低涡的拓扑结构分析

罗 驿¹, 李存千², 杨 柳¹, 毛世杰¹

(1. 成都市龙泉驿区气象局, 四川 成都 610100; 2. 简阳市气象局, 四川 成都 641400)

摘要:采用柱坐标下的一个正压模式,以拓扑定性分析的方法,讨论初生西南低涡的平面和垂直结构。同时,通过对系统稳定性的分析,得出在初生阶段,西南低涡发展、维持、衰减的条件,并在此基础上,讨论大气层结的热力不稳定在低涡发展的作用。

关键词:西南低涡;稳定性;热力不稳定

0 引言

西南低涡是在青藏高原特殊地形影响和一定环流形势下,产生于中国西南平衡点对流层低层的一种中- α 尺度低压系统,主要表现为700 hPa等压面上的气旋性环流。纵观整个西南低涡的研究历史,其发生发展机制始终是研究的热点问题,也是研究的难点。陈忠明^[1]采用早期最简单的积云参数化模式,把积云对流同低层天气尺度扰动联系起来,用描述大尺度环境场和积云对流对次天气尺度扰动作用的方程组,在简单两层模式中求解,分析了影响西南涡发展的各个因子,讨论了发展型西南涡在模式中的简单结构。吴国雄等^[2]利用 θ 坐标模式,对1981年7月11-15日的西南低涡过程进行了模拟研究,提出了西南低涡形成的SVD(倾斜涡度)发展机制。这些工作都通过动力学或者热力学分析,对西南低涡的发展机制进行描述,并取得了相应的结果,一定程度上揭示了其本质。

总体而言,在西南低涡的发生、发展、移动的研究中,发展重要依赖与低层积云对流潜热释放,移动主要是由于斜压因子的作用,而发展和移动是相伴的。因此,其探讨过程既要考虑低层潜热释放,又要考虑斜压模式,较为困难,而在其发展的初期,由于暖湿中心配合,无明显的斜压性,相对而言较为简单,而研究成果也较为成熟。譬如,万军^[3]利用柱坐标下的动力模式,揭示了大气层结微弱的热力不稳定可以引起初始低涡的发展。而陈忠明^[4]根据西南低涡初期发展的结构特征,应用动力分析方法,研究了低涡结构非对称性对移动的影响,得到了一些新的认识。

这些成果,丰富了西南低涡的研究内容,深化了对西南低涡的认识。当然,从西南低涡的模式出发,从拓扑的角度分析它发生发展的动力热力学机制是很有必要的。在西南低涡形成初期,低涡与暖湿中心配合,并无明显的斜压性;初期的发展动力与层结的热力不稳

定有关。对此,主要考虑低涡生成初期,其发展、维持、衰减的动力热力学条件,并讨论热力不稳定在其发展中的作用。

1 初生西南低涡的动力模式

部分在暖区中新生的低涡,最初是由于流体与高原东南缘地形的相互作用而形成流场上的低压涡旋,后来,地面和行星边界层的摩擦辐合作用产生的次级环流有利于积云对流的发展,从而为地面继续降压提供热力条件。但是,在西南低涡涡源附近,由于下垫面海拔高,空气柱内的水汽含量少,这种积云对流释放潜热从而引起低涡发展的可能性比较小。与此同时,也正是这种行星边界层内的摩擦辐合作用造成新生涡旋中的质量推进而使涡旋填塞。正是由于这样的一种机制,下面将在热力学方程中考虑层结热力不稳定作为系统的动力来源,而不是积云对流释放潜热所引起的非绝热加热。

1.1 初生低涡的方程组

假设行星边界层内低涡已经形成,水平尺度数百公里,垂直方向浅薄,故采用 Boussinosq 近似。考虑到大气的三维涡旋基本上是柱状或锥状的轴对称结构,因此,用柱坐标系 (r, θ, z) 可以带来方便。同时,由于在大气边界层湍流摩擦远远大于分子黏性摩擦,所以,考虑边界层内摩擦作用,略去分子黏性摩擦作用,并将摩擦形式 $\nabla^2(\cdot)$ 简化为 $-(\cdot)$ 。最后,假定低涡初期而暂不考虑水汽凝结潜热的反馈。

在柱坐标系 (r, θ, z) ,轴对称 $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$,并满足上述条件的大气热力—动力方程组为

$$\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\theta^2}{r} - fv_\theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - kv_r,$$

$$\begin{aligned}
\frac{dv_\theta}{dt} - \frac{v_r v_\theta}{r} + f v_r &= -k v_\theta \\
\frac{dv_z}{dt} &= -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - k v_\theta \\
\frac{\partial(\rho v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} &= 0 \\
\frac{d\theta}{dt} &= -k\theta
\end{aligned} \quad (1)$$

式中, r 表示径方向, 向外为正, v_r 、 v_θ 和 v_z 分别代表径向风速、切向风速和垂直风速; p 为气压; θ 为位温; k 为湍流系数; f 为 Coriolis 参数。由于只考虑边界层中的运动, 所以, 设基本运动的速度均为零, 即取

$$\begin{aligned}
\bar{v}_r &= \bar{v}_\theta = \bar{v}_z = 0 \\
\bar{p} &= \bar{p}(z) \\
\bar{\theta} &= \bar{\theta}(z) \\
\bar{\rho} &= c
\end{aligned} \quad (2)$$

其中, c 为常数。

按小扰动法, 有

$$\begin{aligned}
v_r &= v'_r, \quad v_\theta = v'_\theta, \quad v_z = v'_z \\
p &= \bar{p} + p', \quad \rho = \bar{\rho} + \rho', \quad \theta = \bar{\theta} + \theta'
\end{aligned} \quad (3)$$

把式(3)代入式(1), 并认为基本运动满足式(1), 则可得扰动方程组。并令 $-N^2 = \frac{g}{\bar{\theta}} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$, 称为 Brunt 频率。并使 $v_r = \bar{\rho} v'_r$, $v_\theta = \bar{\rho} v'_\theta$, $v_z = \bar{\rho} v'_z$, $p = p'$, $\theta = \bar{\rho} \theta'$, 有

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v_r}{\partial t} - f v_\theta &= -\frac{\partial p}{\partial r} - k v_r \\
\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + f v_r &= -k v_\theta \\
\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} &= g \theta' - k v_\theta \\
\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(v_z)}{\partial z} &= 0 \\
\frac{d\theta}{dt} &= -\frac{\bar{\theta}}{g} N^2 v_z - k \theta
\end{aligned} \quad (4)$$

另外, 为了更好地讨论西南低涡初期的拓扑结构, 对扰动方程作定常处理, 即 $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, 因此, 式(4)变为

$$-f v_\theta = -\frac{\partial p}{\partial r} - k v_r \quad (5)$$

$$f v_r = -k v_\theta \quad (6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g \theta' - k v_\theta \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(v_z)}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

$$-\frac{\bar{\theta}}{g} N^2 v_z = -k \theta \quad (9)$$

1.2 初生低涡的边界条件

文中西南低涡是指源于青藏高原东南缘的特殊地形影响的低涡, 而在青藏高原地区, 边界层顶正是边界层中的中尺度天气系统消失的高度。因此, 上、下边界条件可以取为

$$\begin{aligned}
v_r &= v_\theta = 0 \cdots z = 0 \\
v_r &= v_\theta = v_z = 0 \cdots z = H
\end{aligned} \quad (10)$$

而在水平方向上, 对应垂直速度

$$\begin{aligned}
v_z &< \infty \cdots r = 0 \\
v_z &= 0 \cdots r = r_0
\end{aligned} \quad (11)$$

r_0 为低涡扰动半径。

1.3 初生低涡方程组的定常解

将式(5)和式(7)分别对 z 和 r 微商得到

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial v_\theta}{\partial z} &= -\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z} - k \frac{\partial v_r}{\partial z} \\
\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z} &= g \frac{\partial \theta}{\partial r} - k \frac{\partial v_z}{\partial r}
\end{aligned}$$

由上两式消去 p 得到

$$-f \frac{\partial v_\theta}{\partial z} = -g \frac{\partial \theta}{\partial r} - k \frac{\partial v_z}{\partial r} - k \frac{\partial v_r}{\partial z} \quad (12)$$

将式(6)中的 v_θ , 式(9)中的 θ 代入式(10)得到

$$-\frac{f^2}{k} \frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{N^2}{k} \frac{\partial v_z}{\partial r} + k \frac{\partial v_z}{\partial r} - k \frac{\partial v_r}{\partial z} \quad (13)$$

将连续方程(8)对 z 微商一次得到

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \quad (14)$$

将式(13)中的 $\frac{\partial v_r}{\partial z}$ 代入式(14)得到

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{k^2 + N^2}{k^2 + f^2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \quad (15)$$

令

$$a = \frac{k^2 + N^2}{k^2 + f^2} = \frac{k^2 - |N|^2}{k^2 + f^2}$$

则式(15)可以写成

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = 0 \quad (16)$$

由于考虑的是涡旋新生初期, 行星边界层中大气层结微弱的热力不稳定, 因此认为处于不稳定层结 $N^2 < 0^{[5]}$, 而湍流摩擦 $k \ll |N|$, 所以可以认为式(16)中的 $a < 0$ 。

下面用分离变量法求解式(15), 设

$$v_z(r, z) = R(r) W(z) \quad (17)$$

将式(17)代入式(16)得到

$$R(r)W'''(z) + \frac{a}{r}W(z)\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR(r)}{dr}\right) = 0$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \quad (24)$$

$$\frac{W''}{W} = \frac{|a|}{rR}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR}{dr}\right) = -n^2 \quad (18)$$

是 r 方向的波数。

这样,就导得第一个特征值问题

$$W''' + n^2 W = 0$$

$$W(0) = 0, \quad W(H) = 0 \quad (19)$$

由式(19)确定的本征值和本征函数为

$$n^2 = \left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \text{ 和 } W(z) = \sin nz = \sin \frac{\pi}{H}z \quad (20)$$

其中, n 相当于 z 方向的波数,之后取 $n = 1$,则 $W(z)$ 就是

$$W(z) = \sin z \quad (21)$$

而对 $R(r)$, 由式(21)导得第二个特征值问题

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + \frac{1}{|a|}r^2 R = 0$$

$$R(0) < \infty, \quad R(r_0) = 0 \quad (22)$$

其中, r_0 是涡旋的半径,在该处垂直速度为零。

式(22)的解是零阶 Bessel 函数,即

$$R(r) = J\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) = J_0(kr) \quad (23)$$

其中

$$\text{由 } R(r_0) = 0 \text{ 将 } r_0 \text{ 带入式(23)得到 } J_0\left(\frac{r_0}{\sqrt{|a|}}\right) = 0$$

则

$$r_0 = \sqrt{|a|}\mu_1 \quad (25)$$

其中

$$\mu_1 = 2.4048 \quad (26)$$

是零阶 Bessel 函数 J_0 的第一个零点。

这样,由式(21)和式(23)就求得垂直速度 v_z ,再由式(5)和式(9)求得 v_r, v_θ 为

$$v_r = \dot{r} = -\sqrt{|a|}w_0J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)\cos z \quad (27)$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = \frac{f}{k}\sqrt{|a|}w_0J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)\cos z \quad (28)$$

$$v_z = \dot{z} = w_0J_0\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)\sin z \quad (29)$$

其中, w_0 是处 v_z 的最大值。

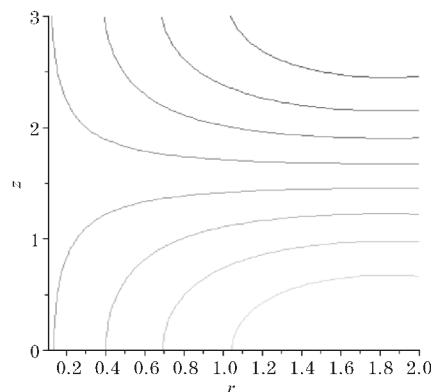
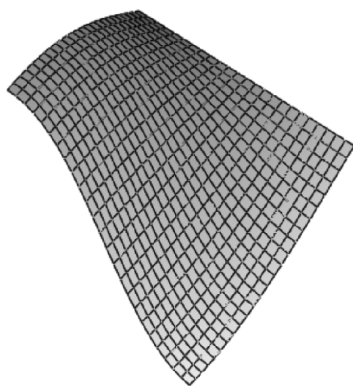


图1 西南低涡的平面解及投影

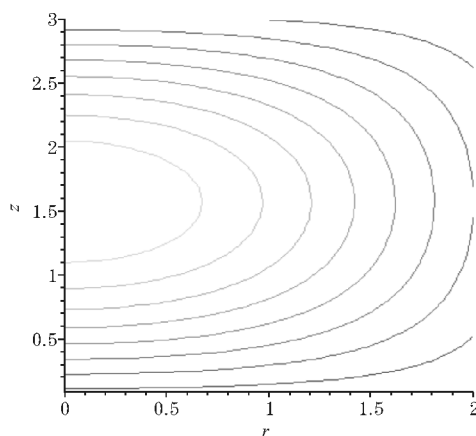
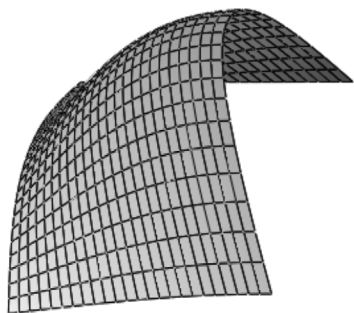


图2 西南低涡的垂直解及投影

2 初生西南低涡的拓扑结构

拓扑结构能很好解释动力系统的生成、发展、减弱消亡等现象,西南低涡作为一个动力系统,其生消过程伴随着拓扑结构的变化。为了揭示西南低涡的一些动力性质,将以式(27)~(29)为基础,讨论平面拓扑结构和垂直拓扑结构。

2.1 西南低涡的平面拓扑结构

将式(27)和式(28)化为直角坐标形式

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_r \frac{x}{r} - v_\theta \frac{y}{r} = -w_0 \frac{\sqrt{|a|}}{r} J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) \left(x + \frac{f}{k}y\right) \cos z \\ \dot{y} &= v_r \frac{y}{r} + v_\theta \frac{x}{r} = -w_0 \frac{\sqrt{|a|}}{r} J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) \left(y - \frac{f}{k}x\right) \cos z \end{aligned} \quad (30)$$

考虑到

$$J_1(r) \sim \frac{r}{2}$$

同时,为了考虑 (x, y) 平面上的拓扑结构,考虑 $z = z_0 (z_0 \in [0, H])$ 平面,因此,式(30)化为如下形式

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -w_0 \cos z_0 \left(x + \frac{f}{k}y\right) \\ \dot{y} &= -w_0 \cos z_0 \left(y - \frac{f}{k}x\right) \end{aligned} \quad (31)$$

这里考虑 $H \in (0, \pi/2)$, 由于 w_0 是处 v_z 的最大值,故,可以考虑如下的简化形式。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -\left(x + \frac{f}{k}y\right) \\ \dot{y} &= -\left(y - \frac{f}{k}x\right) \end{aligned} \quad (32)$$

式(32)有唯一的平衡点 $(0, 0)$, 其在 $(0, 0)$ 处的 Jacobi 矩阵为

$$Df(0, 0) = \begin{pmatrix} -1 & -f/k \\ f/k & -1 \end{pmatrix} \quad (33)$$

式(33)是一个反对称阵,将式(32)作如下分解

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -f/k \\ f/k & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (34)$$

从式(34)看,说明该速度场不仅具有变形部分(对称阵),也具有旋转部分(反对称阵)^[6]。其变形分量 $\delta =$

$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0$, 垂直涡度 $\zeta_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2f}{k} > 0$, $D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -2 < 0$, 说明流场并没有实质性的形变,而在平面上呈辐合态。

由特征多项式

$$D(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + (1 + (f/k)^2)$$

$$p = 2, \quad q = 1 + (f/k)^2$$

由于 $q > 0, p > 0, p^2 - 4q = 4 - 4(1 + (f/k)^2) < 0$, 按平面系统平衡点的分类, $(0, 0)$ 应为稳定焦点,其流场图如下(取 $f/k = 2$)。

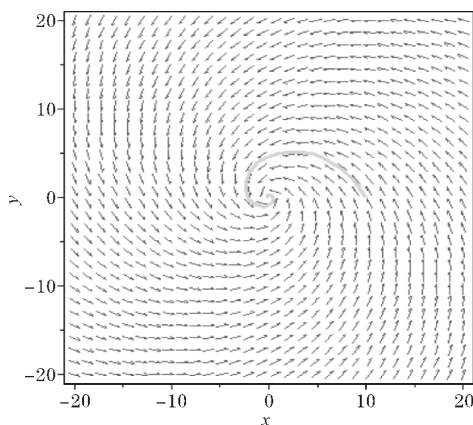


图3 西南低涡的平面稳定焦点结构

将式(27)和式(28)相除得到

$$\frac{dr}{r d\theta} = -\frac{k}{f} \quad (35)$$

积分式(30)得到

$$r = r_0 e^{-\frac{k}{f}\theta} \quad (36)$$

式(31)说明在 (x, y) 平面上它是对数螺旋结构。由此可以看出,此系统流场结构与西南低涡是气旋型涡旋相吻合,这是 Coriolis 力和湍流摩擦共同作用的结果。这与卢敬华^[7]关于西南低涡的论述一致:当低层的西南气流进入横断山脉时,由于左侧为青藏高原的主体部位,地势比右方高,且地势自西北向东南倾斜,加上边界层内的摩擦作用,使得右边的风速比左边大,呈现气旋性切变,有利于低涡的形成。

当湍流摩擦增大时,即 k 增大,此时,垂直涡度 $\zeta_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2f}{k}$ 呈递减趋势。考虑湍流摩擦远大于 Coriolis 参数,即 $k \gg f$, 若 $\frac{f}{k} \rightarrow 0$, 则式(32)弱化为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x \\ \dot{y} &= -y \end{aligned} \quad (37)$$

由于垂直涡度 $\zeta_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$, 速度场不再有旋转部分,而仅有变形部分。

此时,特征多项式变为

$$D(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 1 \quad (38)$$

$$p = 2, q = 1 \quad (39)$$

由于 $q > 0, p > 0, p^2 - 4q = 0$, 这时,初等因子是单的,按平面系统平衡点的分类, $(0, 0)$ 应为稳定的临界结点,此时稳定结点弱化为临界结点,其流场图见图4。

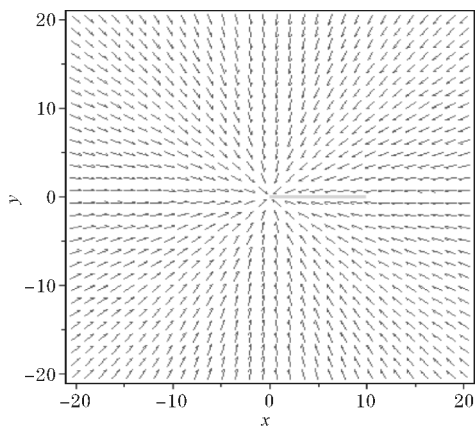


图4 西南低涡的平面稳定结点结构

由图4可以看出,当湍流摩擦增大,Coriolis力的作用逐渐减弱,旋转曲率不断减小,原来的稳定结点逐渐弱化为临界结点。因此,在受摩擦阻碍的影响,在没有外界的能量输送和系统内部的潜热加热的情况下,系统将逐渐衰减,最后消失在平衡点处。

2.2 西南低涡的垂直结构

将式(27)和式(29)相除得到

$$\frac{dr}{dz} = -\sqrt{|a|} \frac{J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)}{J_0\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)} \frac{\cos z}{\sin z} \quad (40)$$

对式(32)变形为以下形式

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{|a|}} r J_0\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)}{\frac{1}{\sqrt{|a|}} r J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right)} d\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) = -\frac{\cos z}{\sin z} dz \quad (41)$$

注意到

$$\frac{d(rJ_1)}{dr} = rJ_0 \quad (42)$$

那么式(33)化成

$$d \ln \left[\frac{r}{\sqrt{|a|}} J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) \right] = -d(\csc z) \quad (43)$$

积分得到

$$\frac{r}{\sqrt{|a|}} J_1\left(\frac{r}{\sqrt{|a|}}\right) = \frac{A}{\sin z} \quad (44)$$

其中A是积分常数。

为了分析(r,z)平面上式(40)的形状,注意到

$$J_1(r) \sim \frac{r}{2}, \quad \sin z \sim z \quad (45)$$

所以式(40)近似为

$$r^2 z = 2|a|A \quad (46)$$

式(42)是一双曲线,r轴和z轴是其渐近线。

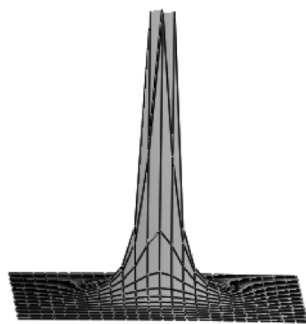


图5 西南低涡的垂直结构

3 西南低涡初期维持发展的热力机制

通过上述定常条件下的拓扑分析,知道了西南低涡在初生阶段的生成机制是由Coriolis力和湍流摩擦的共同作用。然而,其在没有外来冷空气和内部潜热释放的情况下,如何维持发展的,将是本章主要讨论的问题。根据卢敬华^[7]的讨论,在形成初期,低涡与暖湿中心配合,并无明显的斜压性;初期的发展动力与层结的热力不稳定有关,是以热力不稳定模式为基础。然而,热力不稳定在西南低涡初生阶段将起到怎样的作用呢?证明在低涡源地附近,涡旋新生的初期,行星边界层中大气层结微弱的热力不稳定可以促进初始低涡的发展。

3.1 西南低涡的稳定性分析

为了给出热力不稳定的作用,首先,对系统的稳定性进行分析。为此,解非定常方程组

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} - f v_\theta = -\frac{\partial p}{\partial r} - k v_r \quad (47)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + f v_r = -k v_\theta \quad (48)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\theta - k v_\theta \quad (49)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} + \frac{\partial(v_z)}{\partial z} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \frac{\bar{\theta}}{g} N^2 v_z = -k v_\theta \quad (51)$$

解得

$$v_r = r' = -\sqrt{|a|} w_0 J_1\left(\frac{nr}{\sqrt{|a|}}\right) \cos mz \cdot e^{\omega t} \quad (52)$$

$$v_\theta = r\theta = \frac{f}{k} \sqrt{|a|} w_0 J_1\left(\frac{nr}{\sqrt{|a|}}\right) \cos mz \cdot e^{\omega t} \quad (53)$$

$$v_z = z = w_0 J_0\left(\frac{nr}{\sqrt{|a|}}\right) \sin mz \cdot e^{\omega t} \quad (54)$$

其中, ω 为圆频率。同2节所考虑的第一个波动,即取 $n = m = 1$ 的情况,此时,可以考虑如下的简化系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -(x + \frac{f}{k}y)e^{\omega t} \\ \dot{y} &= -(y - \frac{f}{k}x)e^{\omega t} \end{aligned} \quad (55)$$

式(55)的平衡点仍为(0,0),即在外界条件不变的情况下,系统的中心不随时间变化,这与正压模式下,低涡中心基本不移动或移动十分缓慢这一现象相符。此时,垂直涡度

$$\zeta_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2f}{k}e^{\omega t} \quad (56)$$

设 $\omega = \omega_r + i\omega_i$, 则上式为

$$\zeta_3 = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2f}{k}e^{\omega t}(\cos\omega_i t + i\sin\omega_i t) \quad (57)$$

如果实部 $\omega_r < 0$ 时,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_3 = 0$, 此时,西南低涡呈衰减趋势。

如果实部 $\omega_r = 0$,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_3 = \frac{2f}{k}$, 此时,西南低涡维持。

如果实部 $\omega_r > 0$,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_3 = \infty$, 此时,西南低涡呈发展趋势。

3.2 西南低涡的维持发展机制分析

低涡的衰减,主要是湍流耗散的作用,如果没有其他原因使它维持和发展,则根据涡旋的衰减机制有

$$\zeta = \zeta_0 \exp(-\sqrt{\frac{f_h}{H^2}}t) \quad (58)$$

式中 ζ 为地转涡度, ζ_0 为 $t=0$ 时的地转涡度, f 为 Coriolis 参数, k 为涡动粘滞系数。根据估算,可知在低涡生成以后,在没有任何其他影响下,则在一天左右的时间,地转涡度就衰减到原来的 $\frac{1}{e}$ 。而对于正压模式

下的初生低涡,在没有外来能量的补充情况下,怎么维持或发展,这就要考虑层结不稳定的热力机制。

因而,对于初期低涡的维持与发展,则要考虑低涡的热力条件。主要考虑在西南低涡初生阶段,不稳定层结怎样作用于系统,使之呈发展趋势。由(54)式得到频率方程

$$(m^2 + n^2)\omega^2 + 2km^2(m^2 + n^2)\omega + [k^2m^4(m^2 + n^2) + m^2f^2 - n^2N^2] = 0 \quad (59)$$

令 $a = m^2 + n^2$, $b = 2km^2(m^2 + n^2)$, $c = k^2m^4(m^2 + n^2) + m^2f^2 - n^2N^2$

式(58)变形为标准的一元二次代数方程式

$$a\omega^2 + b\omega + c = 0 \quad (60)$$

因而有

$$\omega = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \quad (61)$$

由于 $\omega = \omega_r + i\omega_i$, $a > 0$, $b > 0$, 则要使扰动不稳定, 要求 $\omega_r > 0$, 当且仅当

$$b^2 - 4ac > b^2 \quad (62)$$

因此,有不等式

$$N^2 > \frac{1}{n^2}[k^2m^4(m^2 + n^2) + m^2f^2] \quad (63)$$

而

$$N^2 = -\frac{g}{\theta} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \approx \frac{g}{\theta}(\gamma - \gamma_d) \quad (64)$$

由于考虑的是扰动涡旋初期的情况,认为空气未达到饱和,所以上式中取干绝热递减率 γ_d 。由此得到

$$\gamma - \gamma_d > \frac{\bar{\theta}}{gn^2}[k^2m^4(m^2 + n^2) + m^2f^2] \quad (65)$$

此式说明,行星边界层中浅薄低涡系统初期发展的条件是大气层结的不稳定。这时运动不稳定的能量来源,主要是温度层结不稳定能量。

k^2m^4 与湍流摩擦有关,由于湍流摩擦的作用,消耗了扰动的能量,因此,扰动的发展需要更多的不稳定能量补充。通过式(64)可以得到临界层结不稳定性

$$(\gamma - \gamma_d)_{\text{临界}} = \frac{\bar{\theta}}{gn^2}[k^2m^4(m^2 + n^2) + m^2f^2] \quad (66)$$

考虑到 $n^2 \ll m^2$, 对式(65)取近似,同时,考虑到 $n = \frac{\mu_1}{R}$ (μ_1 为 $J_0(r)$ 的第一个零点), 因此有

$$\begin{aligned} (\gamma - \gamma_d)_{\text{临界}} &\approx \frac{\bar{\theta}}{gn^2}m^2(k^2m^4 + f^2) \\ &= \frac{\bar{\theta}R^2}{g\mu_1^2}m^2(k^2m^4 + f^2) \end{aligned} \quad (67)$$

结合上述可以看出,行星边界层中大气层结微弱的超绝热结构是支撑初生低涡发展的主要原因。

但是,这种作用可能仅仅是低涡发展的一种启动机制,初步发展的低涡要维持下去,潜热释放将起重要作用。这种条件,大多数情况都只有当低涡从源地外移后容易得到满足。从其单平衡点的结构,可以看出,如果在源地而不移动,其位置处于青藏高原附近而缺少水汽条件,没有潜热能向动能的转化,最后由边界层的湍流(摩擦)耗散作用而使初生的低涡减弱并消失(如果不并入更大量级的低涡系统),这与青藏高原东缘多有小型低涡系统生成,但不能形成大的低涡系统的原因。

4 结束语

西南低涡是一个具有地域特色的天气系统,虽然已经开展了大量的研究,但由于基础工作十分薄弱,对

西南低涡的认识还很不清楚,与对热带气旋的研究相比,对西南低涡的研究还很不深入。同时,由于西南低涡属于热带天气系统,常常活跃在中纬度地区,大气运动的动力与热力作用对低涡的发展影响十分显著,但不同个例和同一个例的不同阶段,动力与热力作用对西南低涡发展的影响是不一样的。因此,探索特征以及激发低涡发展的动力、热力作用,可能是西南低涡研究在理论上获得突破的焦点。

上述讨论尽管从微分方程定性理论的角度,较为详细地讨论了初生西南低涡的拓扑结构,但也仅仅是初生阶段,至于这种拓扑结构怎样发展成斜压结构,以及怎样在斜压模式中讨论西南低涡的拓扑结构及其生消变化,仍然是一个较难处理的问题。甚至,低涡系统的整个发展,应该看作是一个整体,其在初生阶段的正压模式和发展之后的斜压模式,都应该是这个整体的一部分,然而,这样的讨论,依然存在较大的困难。

对于一个动力系统,其发展过程中,拓扑结构的变化是其发生本质性变化的一种表达。因此,拓扑结构在西南低涡的发展、消亡的过程中,都伴随着拓扑结构的变化,譬如,在上述讨论中,稳定焦点向结点或鞍点转变,而这意味着低涡的消亡。然而,在斜压模式中,怎样选取参数作,也是比较困难的工作。因此,要清晰的认知西南低涡的结构、性质,以及探索激发低涡发展的动力、热力作用,动力系统定性理论在西南低涡的研究上有待进一步较强。

参考文献:

- [1] 陈忠明. 大尺度环境场和 CISK 与西南低涡发展的动力学分析[J]. 高原气象,1988,7(1):27-38.
- [2] 吴国雄,蔡雅萍,唐晓菁. 湿位涡和倾斜涡度发展[J]. 气象学报,1995,53(4):387-405.
- [3] 万军,卢敬华. 论西南低涡初期发展的一种机制[J]. 成都气象学院学报,1982,5(4):30-39.
- [4] 陈忠明,徐裕华. 非对称结构影响西南低涡移动的初步研究[J]. 四川气象,1991,11(3):1-6.
- [5] 刘适达,刘适式. 大气涡旋动力学[M]. 北京:气象出版社,2011.
- [6] 高普云. 非线性动力学—分叉、混沌与孤立子[M]. 长沙:国防科技大学出版社,2005.
- [7] 卢敬华. 西南低涡概论[M]. 北京:气象出版社,1986.
- [8] 胡隐樵. 大气热力动力学导论[M]. 北京:地质出版社,2002.
- [9] 丑纪范. 大气动力学的新进展[M]. 兰州:兰州大学出版社,1990.
- [10] 谢志辉,丑纪范. 大气动力学方程组全局分析的研究进展[J]. 地球科学进展,1999,14(2):133-139.
- [11] 李建平,丑纪范. 大气动力学方程组的定性理论及其应用[J]. 大气科学,1998,22(4):443-453.
- [12] 李建平,丑纪范. 非线性大气动力学的进展[J]. 大气科学,2003,27(4):653-673.
- [13] 黄海洋,郭柏灵. 大尺度大气方程组解和吸引子的存在性[J]. 中国科学,2006,36(4):392-400.
- [14] 李继彬,赵晓华,刘正荣. 广义哈密顿系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2007.
- [15] 陈忠明. 环境场作用与西南低涡移动的初步研究[J]. 高原气象,1989,8(4):301-312.