

文章编号: 2096-1618(2019)04-0352-06

基于 MQHOA 优化算法的采样粒子数量变化研究

李俊杰^{1,2}, 周岩³, 黄焱⁴, 王鹏³

(1. 汕尾职业技术学院信息工程系, 广东 汕尾 516600; 2. 汕尾市创新工业设计研究院云计算与数据中心工程设计研究所, 广东 汕尾 516600; 3. 西南民族大学计算机科学与技术学院, 四川 成都 610225; 4. 淮阴师范学院计算机科学与技术学院, 江苏 淮阴 223300)

摘要:在多尺度量子谐振子算法(MQHOA)的优化迭代过程中,采样粒子数量的多少对算法求解成功率和计算效能有重要影响。以基准测试函数在2维和多维状态下分别进行研究,找寻不同函数对应的最佳粒子数。研究发现,结构复杂度较高的目标函数需要较大的采样粒子数进行求解,而相对简单的单峰凸函数所需采样粒子数较小。最佳粒子数可以作为算法衡量目标函数结构复杂度的重要参考依据,针对不同的目标函数,采用相对应的最佳粒子数进行求解,能够以最小的计算代价获取最佳的求解效果。

关键词:多尺度量子谐振子算法;函数优化;采样;维度;粒子数

中图分类号:TP301.6

文献标志码:A

doi:10.16836/j.cnki.jcuit.2019.04.005

0 引言

解决数学、统计、工程等领域最优解问题有各种优化算法,比如退火算法、粒子群优化算法、蚁群优化算法^[1-6],这些优化算法在实际优化问题中能起到非常有效的作用。随着量子波函数概率论的发展,开始通过量子理论设计和改进优化算法。比较典型的量子学优化算法有量子行为粒子群优化算法,以 δ 势阱的量子系统的基态波函数被用作采样函数来探索全局最小值^[7-8]。

多尺度量子谐振子算法(multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm, MQHOA)是一种基于量子力学理论的优化算法^[9-10],可用于优化、聚类和分类等问题的求解。MQHOA算法包含谐振子势能和量子波函数两部分,目标函数的泰勒二阶展开近似是谐振子势能,量子谐振子的波函数反映了最优解的概率密度分布,求最优解过程类似量子谐振子波函数概率密度从高能级状态到基态的过程^[11-13]。MQHOA算法以多个高斯采样为基本操作,每个高斯采样点作为一个粒子,利用高斯采样叠加作为波函数描述当前最优解的概率分布。通过多个粒子进行搜索,以最少的迭代次数获取全局最优解。

MQHOA采样粒子类似粒子群优化算法的粒子,每个粒子被看作搜索空间并记录最优解的个体,每个粒子记录了当前位置和当前最优解位置。粒子规模影响着算法的搜索能力和计算量。如果采样粒子数量很少,则算法容易陷入局部最优解;随着采样粒子数量增

大,算法的求解能力也随之增加,但采样粒子数量增大到一定水平时,再持续增加反而使算法求解能力降低,并且粒子数越大算法消耗的计算成本也越大。在约定条件下,以最优解成功率和进化次数作为优化算法的衡量标准,对MQHOA的采样粒子数量进行研究,将基准测试函数在不同维度不同采样粒子数量下求最优解的效能进行比较,发现不同函数不同维度都对应一个最佳采样粒子数。最佳采样粒子数可以衡量函数的结构复杂度,目标函数越复杂采样最佳粒子数越大。

1 MQHOA 理论背景和实现过程

1.1 理论背景

基于量子力学理论,电场中的粒子包含势能和自身的能量 $E_i(i=1,2,\dots,n)$, i 越大,能量越高,电子层离核越远,粒子越活跃且不稳定。 E_0 为基态,是一种稳定状态,粒子在 E_0 中保持静止且平衡。粒子从高能级到低能级的逐渐过渡可以看作是逐渐收敛的过程^[13-15]。

薛定谔方程描述微观粒子的状态随时间变化的规律,在量子力学中,体系的状态由波函数来确定。量子空间中粒子的出现概率可以通过与时间无关的薛定谔方程来证明。定态的薛定谔方程为

$$E\psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + v(x)\right) \Psi(x) \quad (1)$$

其中,波函数为

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^n \Psi_i(x) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(x-u_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

E 代表静止状态的系统能量; Ψ 是复函数,不可测量, $|\Psi|^2$ 是概率密度,可测量; $v(x)$ 是粒子在外力场中的势能函数,即势阱函数; $\hbar = h/2\pi$ (h 代表普朗克常数)。MQHOA 优化算法使用定态的薛定谔方程,将搜索空间中找到最优解问题中的目标函数 $f(x)$ 转换为定态薛定谔方程中势能函数 $v(x)$, 即 $f(x) = v(x)$ 。这样可以将函数求解问题转化为求粒子在势阱约束条件下的基态波函数问题^[13-15], 其公式为

$$E\Psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + f(x)\right) \Psi(x) \quad (3)$$

根据泰勒定理,函数可以通过使用有限数量的泰勒级数项来近似。函数 $f(x)$ 的泰勒展开式为

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots \quad (4)$$

其中: $f(x_0)$ 是常数; 假设 x_0 是局部最小值, $f'(x_0) = 0$, 而 $f''(x_0) > 0$, 只要 $(x-x_0)$ 保持足够小, 高阶项就可以忽略不计。 $f(x)$ 函数可以简化为

$$f(x) \approx \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 \quad (5)$$

假设 $k = f''(x_0)$, 求解目标函数 $f(x)$ 最小化问题就可以转换为求势阱约束下的基态波函数问题, 公式为

$$E\Psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2}kx^2\right) \Psi(x) \quad (6)$$

1.2 MQHOA 实现过程

MQHOA 的基本思想是通过泰勒二阶展开近似将目标函数映射到量子谐振子约束状态, 从而将优化问题转化为解决基态波函数在不同尺度下量子谐振子问题。通过随机产生 K 个采样粒子, 即采样点, 进行能级稳定、能级转换和尺度缩小的迭代过程, 在能级稳定阶段, 对 K 个采样点对应函数值小于当前采样的最小值, 认为当前能级稳定, 在能量转换阶段, 使用 K 个采样点的平均值来替换最差解的采样点, 重复开始下一个低能级稳定过程。如果采样点的标准差小于当前尺

度, 算法在当前尺度下达到最低能量态, 此时进入尺度缩小阶段。从大尺度到小尺度的变化过程对应于从全局搜索到局部搜索算法的逐渐过渡^[11-12]。

MQHOA 算法伪代码如下:

```

初始化  $k, \sigma_{\min}, D_{\min}, D_{\max}, \sigma_s = D_{\max} - D_{\min}$ 
在  $[D_{\min}, D_{\max}]$  中均匀产生随机数  $x_i, (i = 1, 2, \dots, k)$ 
计算所有  $x_i$  的标准差  $\sigma_k$ 
while ( $\sigma_s > \sigma_{\min}$ ) do
while ( $\sigma_k > \sigma_s$ ) do
设稳定态为假
while (稳定态为假) do
设稳定态为真
 $\forall x_i$ , 产生  $x'_i \sim N(x_i, \sigma_s^2)$ 
 $\forall x_i$  and  $x'_i$ , if  $f(x'_i) < f(x_i)$  then  $x_i = x'_i$ , 设稳定态为假
end
计算所有  $x_i$  的标准差  $\sigma_k$ 
修改最差解:  $x^{\text{worst}} = x^{\text{mean}}$ 
end
 $\sigma_s = \sigma_s / \lambda$ 
end
输出最优解  $x^{\text{best}}, f(x^{\text{best}})$ 
    
```

从量子波函数的角度看, 等效于在不同尺度的高斯概率对目标函数进行最优概率计算。多尺度探针可以有效地将目标函数的尺度结构通过算法进化次数和最优解成功率反映出来。算法中 K 个采样点 x_i 对应的 K 个高斯概率分布为 $N(x_i, \sigma_s^2)$, 其叠加为波函数公式为

$$\Psi(x) = \sum_{i=1}^k \Psi_i(x) = \sum_{i=1}^k \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (7)$$

其中: x_i 是最优解的中心, σ 是统计样本的标准差。 σ 越小, 搜索空间越窄。

表 1 基准测试函数

函数名	基准函数	搜索空间	最优解
Griewank	$f_1(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-10, 10]$	0
Rastrigin	$f_2(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)]$	$[-10, 10]$	0
Levy	$f_3(x) = \sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10\sin^2(\pi x_i + 1)] + (y_n - 1)^2 [1 + 10\sin^2(2\pi y_n)]$ 其中: $y_i = 1 + \frac{x_i - 1}{4}, i = 1, 2, \dots, n$	$[-10, 10]$	0
Ackley	$f_4(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	$[-10, 10]$	0
Sphere	$f_5(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-10, 10]$	0
Zakharov	$f_6(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^n 0.5ix_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n 0.5ix_i\right)^4$	$[-10, 10]$	0

2 目标函数最佳粒子数 K_{best}

研究算法在不同采样粒子数量 K 时解最优解的表现,通过选择不同采样粒子数量 K ,观察其对算法效能的影响。实验使用 6 个基准测试函数,表 1 列出了基准函数、搜索空间和最优解位置。

6 个基准函数的三维图像如图 1 所示。Griewank 为多峰函数,有多个广泛的局部最优值;Rastrigin 为多峰函数,有多个局部最优值;Levy 为多峰函数,有多个分布不均匀的局部最优值;Ackley 为多峰函数,局部最优值较集中;Sphere 为单峰凸函数,只有一个全局最优值;Zakharov 为单峰凸函数,有连续全局最优值。

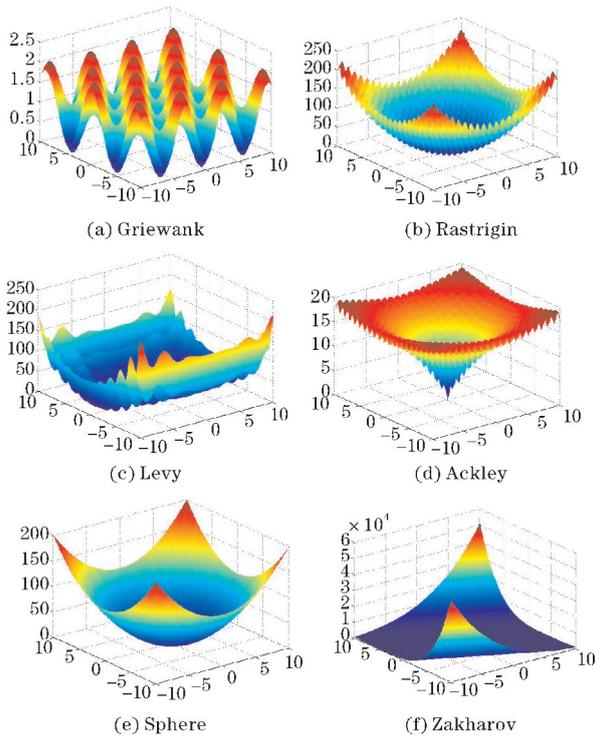


图 1 基准函数三维图像

MQHOA 对基准测试函数计算最优解,约定一些基本条件:最小收敛尺度 $\sigma_{min} = 1e-6$,函数维度设为 2,即 $DIM=2$,算法最大进化次数上限设为 $DIM \times 1e5$, λ 设为 2,重复次数设为 500 次。将 K 分别取值为 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、20、30、40、50、60、70、80、90、100。实验在 MATLAB R2010b(Windows 7 旗舰版,Intel core(TM)i7-6700U 64 位 3.40 GHz,16 G 内存)中进行。

理论上采样粒子数量 K 的取值范围可以设定为 $[1, +\infty]$,但如果 K 取值过大,算法消耗的计算成本也加大,在现有的实验环境下, K 的取值设在 1~100。实验中通过取不同的 K 值,比较其对算法效能造成的影响。约定当解的精度小于等于 $1e-4$ 时,认为是找到

最优解,以此统计算法求最优解的成功率。因函数的差异,单次迭代计算量无法衡量算法效能,进化次数能够很好评估不同测试函数的计算效能差异。

在不同采样粒子数量 K 不同基准函数下求最优解成功率如图 2 所示,比较 6 个基准函数测试结果,从图 2 中可以看出,算法在不同 K 值下,算法最优解成功率存在差异。

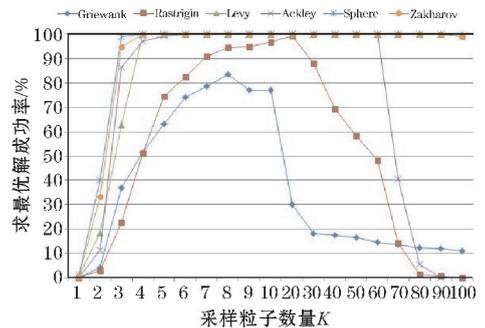


图 2 不同 K 值求最优解成功率比较

函数 Griewank 结构复杂且有多峰,随着 K 值的增加,求最优解成功率越大,当 $K > 8$ 时,求最优解成功率明显下降。函数 Rastrigin 和 Ackley 结构复杂有 1 个全局最优解,随着 K 值的增加,求最优解成功率越大,当 K 增加到一定值后,求最优解成功率急剧下降。函数 Levy 有多个最优解且分布均匀,Sphere 和 Zakharov 为单峰函数,随着 K 值的增加,求最优解成功率越大,但增加到一定值后,这 3 个函数求最优解成功率都达到 100%。

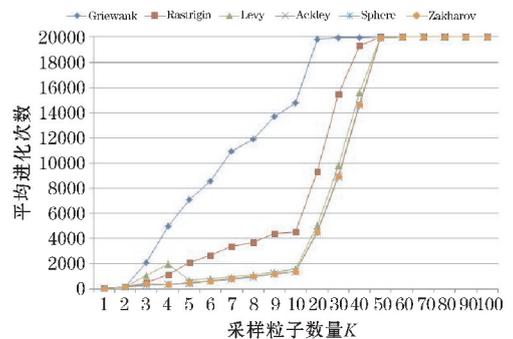


图 3 不同 K 值平均进化次数比较

进化次数多少也是评价优化算法重要指标,进化次数越小,计算代价越低。在不同采样粒子数量 K 不同基准函数下求最优解平均进化次数如图 3 所示。可以看出, K 值越大,平均进化次数也越大,当 $K > 30$,平均进化次数急剧增加, $K > 50$ 时,进化次数已经超过限定的最大值。

K 值为 2~10 和 20 这段测试数据,如表 2 所示,表 2 记录算法求最优解的评估值,如精度平均值 (Mean)、精度最好值 (Best)、平均进化次数 (average evolution, AE) 和成功率 (success rate, SR)。

表 2 在维度为 2 下的测试数据

粒子数	评估项	Griewank	Rastrigin	Levy	Ackley	Sphere	Zakharov
K=2	Mean	2.25E-02	5.40E+00	2.09E-01	1.61E+00	3.27E-01	2.34E+00
	Best	1.29E-13	2.61E-11	2.99E-11	1.96E-07	1.61E-14	1.21E-15
	AE	189	171	199	183	196	203
	SR	4.0%	2.8%	18.4%	11.4%	40.2%	33.4%
K=3	Mean	5.99E-03	1.90E+00	3.48E-02	3.38E-01	5.26E-04	2.23E-02
	Best	0.00E+00	1.63E-13	1.66E-15	8.98E-08	4.15E-16	2.15E-15
	AE	2084	487	1046	281	295	402
	SR	36.8%	22.6%	62.8%	86.4%	99.2%	95.0%
K=4	Mean	3.69E-03	7.96E-01	6.07E-07	7.82E-02	3.44E-13	6.97E-13
	Best	2.22E-16	2.49E-13	2.36E-16	1.01E-07	3.86E-17	5.33E-16
	AE	5011	1118	1967	353	347	366
	SR	51.4%	51.2%	100%	97.2%	100%	100%
K=5	Mean	2.25E-03	3.54E-01	8.95E-13	1.03E-02	1.69E-13	2.56E-13
	Best	0.00E+00	2.84E-14	7.86E-17	8.68E-09	4.15E-17	1.98E-16
	AE	7072	2128	700	480	464	478
	SR	63.2%	74.4%	100%	99.6%	100%	100%
K=6	Mean	1.14E-03	1.97E-01	6.51E-14	7.83E-07	1.06E-13	1.73E-13
	Best	0.00E+00	1.07E-14	3.15E-17	3.08E-08	4.37E-16	2.25E-17
	AE	8590	2647	797	621	608	621
	SR	74.2%	82.6%	100%	100%	100%	100%
K=7	Mean	6.40E-04	8.27E-02	2.92E-14	6.48E-07	7.73E-14	1.17E-13
	Best	1.11E-16	3.91E-14	4.84E-17	2.00E-08	1.45E-16	1.06E-17
	AE	10933	3373	940	791	780	797
	SR	78.6%	91.2%	100%	100%	100%	100%
K=8	Mean	3.35E-04	4.83E-02	2.19E-14	5.75E-07	5.45E-14	8.38E-14
	Best	0.00E+00	1.42E-14	4.19E-18	1.63E-08	1.54E-16	4.09E-16
	AE	11901	3691	1122	976	970	985
	SR	83.6%	94.6%	100%	100%	100%	100%
K=9	Mean	1.82E-04	3.20E-02	1.36E-14	5.06E-07	4.75E-14	6.82E-14
	Best	0.00E+00	7.11E-15	3.89E-17	1.62E-08	1.69E-17	2.17E-17
	AE	13683	4388	1342	1189	1173	1196
	SR	77.0%	94.8%	100%	100%	100%	100%
K=10	Mean	2.63E-04	8.08E-03	1.04E-14	4.55E-07	3.72E-14	5.04E-14
	Best	0.00E+00	1.42E-14	9.34E-18	1.71E-08	1.73E-18	7.26E-18
	AE	14805	4523	1573	1419	1400	1422
	SR	77.2%	96.8%	100%	100%	100%	100%
K=20	Mean	4.91E-04	2.00E-05	2.36E-15	2.14E-07	7.63E-15	1.36E-14
	Best	0.00E+00	7.11E-15	6.75E-18	7.05E-09	2.35E-17	3.15E-18
	AE	19852	9345	5065	4541	4466	4501
	SR	30.2%	99.4%	100%	100%	100%	100%

对图 3 和表 2 数据进行分析,在成功率较高的情况下,提取不同函数在 2 维下 MQHOA 算法求最优解的最佳 K 值(定义为最佳粒子数,记为 K_{best}),如表 3 所示。

K_{best} 对应的最优解精度最好值都小于 $1e-4$,满足最优解成功率的条件, K_{best} 对应的最优解精度平均值受 SR 影响,SR=100%时,最优解精度平均值都小于 $1e-4$ 。

表3 基准函数对应的 K_{best} 值

函数名	K_{best}
Griewank	8
Rastrigin	20
Levy	5
Ackley	5
Sphere	4
Zakharov	4

从以上数据看出,在 MQHOA 优化算法中,不同测试函数都对应的一个 K_{best} 值, K_{best} 值要满足如下基本条件:

(1) 相同维度下,对应求最优解成功率较高;

表4 基准函数在不同维度下的 K_{best} 值及成功率

维度	Griewank	Rastrigin	Levy	Ackley	Sphere	Zakharov
1	7 (99.8%)	7 (99.4%)	3 (99.0%)	3 (99.5%)	3 (100%)	2 (99.5%)
2	8 (83.6%)	20 (99.4%)	5 (100%)	5 (99.6%)	4 (100%)	4 (100%)
3	5 (21.0%)	10 (78.6%)	6 (100%)	6 (100%)	4 (100%)	4 (100%)
4	53 (11.5%)	50 (40.0%)	7 (99.5%)	7 (100%)	4 (100%)	5 (100%)
5	59 (33.5%)	70 (38.6%)	8 (99.5%)	8 (100%)	4 (100%)	5 (100%)
6	55 (43.0%)	70 (40.8%)	9 (98.5%)	9 (99.0%)	4 (100%)	5 (100%)
7	58 (66.0%)	70 (44.4%)	10 (99.5%)	10 (98.5%)	4 (100%)	5 (100%)
8	59 (77.0%)	70 (47.2%)	10 (98.5%)	10 (99.5%)	4 (100%)	5 (100%)
9	58 (86.5%)	70 (49.2%)	12 (99.0%)	10 (99.0%)	4 (100%)	5 (100%)
10	52 (95.5%)	80 (52.4%)	12 (99.5%)	10 (99.0%)	4 (100%)	6 (100%)
11	51 (97.5%)	80 (53.4%)	13 (98.5%)	11 (98.5%)	4 (100%)	6 (100%)
12	33 (98.0%)	80 (53.8%)	15 (99.0%)	13 (98.5%)	4 (100%)	6 (100%)
13	23 (98.5%)	80 (49.0%)	17 (98.5%)	16 (100%)	4 (100%)	6 (100%)
14	14 (98.5%)	90 (46.8%)	20 (99.5%)	13 (99.0%)	4 (100%)	6 (100%)
15	13 (99.5%)	90 (42.0%)	20 (99.5%)	14 (98.5%)	4 (100%)	16 (100%)
16	13 (99.5%)	90 (44.8%)	20 (98.5%)	15 (98.5%)	4 (100%)	6 (100%)
17	12 (99.5%)	90 (40.8%)	22 (99.5%)	15 (99.5%)	4 (100%)	6 (100%)
18	12 (99.0%)	90 (36.2%)	21 (98.5%)	18 (98.5%)	4 (100%)	7 (100%)
19	13 (99.0%)	90 (29.6%)	23 (99.0%)	20 (99.5%)	4 (100%)	7 (100%)
20	12 (99.5%)	90 (27.4%)	23 (99.5%)	20 (99.0%)	4 (100%)	7 (100%)

函数 Griewank 和 Rastrigin 的结构相对复杂, K_{best} 较大, Rastrigin 在多维情况下, 最优解成率不是很高, 函数 Griewank 在 3~9 维, 成功率较低, 其他几个基准测试函数成功率基本接近 100%; 单峰凸函数 K_{best} 变化不大; K_{best} 大小反映了目标函数结构复杂度。

在 MQHOA 算法的求解过程中, K_{best} 作为最佳粒子数, 可以实现算法的最佳效能, 这也给 MQHOA 计算其他目标函数不同维度时选择 K_{best} 提供依据, 以提高算法效能。

(2) 相同维度下, 符合 A 条件下进化次数最小。

从测试函数的峰值看, 多峰函数的 K_{best} 比单峰函数的 K_{best} 要大, 因为多峰函数一般有多个局部最优值, 较大的 K_{best} 有利于求最优解。

3 目标函数在不同维度 K_{best} 的比较分析

在 2 维度时, 每个基准测试函数都对应一个 K_{best} 值。在 1~20 维度, 通过实验测试、比较分析, 提取到各个基准测试函数在不同维度下的 K_{best} 值和成功率, 由于计算精度和优化算法本身具有测不准特性, K_{best} 只能是接近值, 如表 4 所示。

4 结束语

MQHOA 算法中采样粒子数量的多少对算法求解成功率和计算效能有重要影响, 当采样粒子数量较少时不利于最优解的计算, 当采样粒子数量较大时计算成本变大, 反而降低算法计算效能。以基准测试函数为计算对象, 通过调整采样粒子数量 K , 测试 K 值对 MQHOA 算法计算效能的影响, 可以分析函数结构复

杂度,研究表明每个测试函数都对应一个最佳的采样粒子数量,即最佳粒子数 K_{best} ,目标函数结构越复杂、维数越大, K_{best} 也越大,单峰凸函数的 K_{best} 变化不大。在约定条件下, K_{best} 作为不同函数结构复杂度进行定性判断的依据,能够对主要基准函数采样粒子数量进行判别,以提高MQHOA算法求解效能。

参考文献:

[1] Kirkpatrick, S. Optimization by simulated annealing: quantitative studies [J]. Stat. Phys, 1984, 34 (5/6): 975-986.

[2] Brooke J, Bitko D, Rosenbaum T F, et al. Quantum Annealing of a Disordered Spin System [J]. Science, 2001, 284 (5415): 779-781.

[3] Kennedy, J, Eberhart, R. Particle swarm optimization [J]. In: IEEE ICNS 1995, 2002, 4: 1942-1948.

[4] Tian N. Quantum-Behaved Particle Swarm Optimization with Cooperative Coevolution for Large Scale Optimization [C]. International Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering and Science. IEEE, 2016: 82-85.

[5] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J]. IEEE Trans. Syst. Man. Cybern, 1995, 26(1): 29-41.

[6] R C Eberhart, J Kennedy. A new optimizer using particle swarm theory [J]. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, 1995, 1: 39-43.

[7] Sun J, Xu W, Feng B. A global search strategy of quantum-behaved particle swarm optimization [J]. IEEE CIS, 2004, 1: 111-116.

[8] Sun J, Fang W, Wu X, et al. Quantum behaved particle swarm optimization: analysis of individual particle behavior and parameter selection [J]. Evolutionary Computation, 2012, 20(3): 349-393.

[9] Wang P, Huang Y, Ren C, et al. Multi-scale quantum harmonic oscillator for high-dimensional function global optimization algorithm. Chin [J]. Electron, 2013, 41 (12): 2468-2473.

[10] Wang P, Ye XG, Li B, et al. Multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm for global numerical optimization [J]. Applied Soft Computing, 2018, 69: 655-670.

[11] 王鹏, 黄焱, 袁亚男, 等. 多尺度量子谐振子算法的收敛特性 [J]. 电子学报, 2016, 44 (8): 1988-1993.

[12] 黄焱, 王鹏, 程琨, 等. 多尺度量子谐振子优化算法的并行性研究 [J]. 通信学报, 2016, 37 (9): 68-74.

[13] 王鹏, 黄焱. 具有能级稳定过程的MQHOA优化算法 [J]. 通信学报, 2016, 37(7): 79-86.

[14] 王鹏, 黄焱. 多尺度量子谐振子优化算法物理模型 [J]. 计算机科学与探索, 2015, 9 (10): 1271-1280.

[15] 王鹏, 黄焱, 任超, 等. 多尺度量子谐振子高维函数全局优化算法 [J]. 电子学报, 2013, 41 (12): 2468-2473.

Research on Particle Number Change based on MQHOA Optimization Algorithm

LI Junjie^{1,2}, ZHOU Yan³, HUANG Yan⁴, WANG Peng³

(1. Dept. of Information Engineering, Shanwei Polytechnic, Shanwei 516600, China; 2. Dept. of Cloud Computing & Data Center Engineering Design, Shanwei Innovation Industrial Design & Research Institute, Shanwei 516600, China; 3. School of Computer Science and Technology, Southwest Minzu University, Chengdu 610225, China; 4. School of Computer Science and Technology, Huaiyin Normal University, Huaiyin 223300, China)

Abstract: In the optimized iterative process of the multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm (MQHOA), the number of sampled particles has an important influence on the algorithm's success rate and computational efficiency. The benchmark function is studied in the 2-dimensional and multidimensional states respectively to find the optimal particle number corresponding to different functions. It is found that the objective function with higher structural complexity requires a larger number of sampled particles to solve, while the relatively simple one-peak convex function requires a smaller number of sampled particles. The optimal particle number can be used as an important reference for the algorithm to measure the complexity of the objective function structure. For different objective functions, the corresponding optimal particles number can be used to solve the problem, and the best solution can be obtained with the minimum computational cost.

Keywords: multi-scale quantum harmonic oscillator algorithm, function optimization, sampled, dimension, particle number