

文章编号: 2096-1618(2019)05-0560-05

基于3种函数的县级城市暴雨强度公式比较研究

李长军¹, 朱秀红², 周秀军³

(1. 山东省气象信息中心, 山东 济南 250001; 2. 五莲县气象局, 山东 五莲 262300; 3. 日照市气象局, 山东 日照 276826)

摘要:为防范因暴雨或大暴雨诱发的城市内涝灾害,利用五莲县1969–2018年共50年的分钟降水资料计算当地暴雨强度公式;采用皮尔逊Ⅲ型、耿贝尔和指数3种分布曲线进行拟合调整,得出3种不同曲线计算方法的重现期、降雨强度和降雨历时关系值(简称 $P-i-t$ 关系),并分别进行精度检验和比较,最终确定利用P-Ⅲ分布、最小平方法求参数计算出的暴雨强度公式为最优分布曲线。该暴雨强度公式经检验:绝对标准差为0.031 mm/min,相对标准差为4.09%,计算结果误差较小,精度较高。

关键词:暴雨强度;曲线拟合;皮尔逊Ⅲ型;耿贝尔;指数

中图分类号:P458.1+21.1

文献标志码:A

doi:10.16836/j.cnki.jcuit.2019.05.018

0 引言

近年来,随着城市化进程加快,因暴雨造成城市内涝的情况时有发生,为提前防范因降暴雨或大暴雨从而诱发的城市内涝,科学合理地进行城市建设规划,根据城市人口规模、年均降水量、城市地理环境等因素,选取具有一定代表性的县级城市暴雨强度公式进行研究。暴雨强度公式指用来计算某一城市或区域暴雨强度的公式,该公式可为城镇雨水排水系统规划与设计提供依据。从20世纪50年代《室外排水工程设计规范》发展到现今的《室外排水设计规范》,中国的暴雨强度公式编制方法已沿用半个多世纪。2008年住房和城乡建设部科研函[2008]199号文件指出传统暴雨强度公式准确度低,误差大,需要修改和完善。

五莲县位于鲁东南低山丘陵区,地貌以山地丘陵为主,海拔高度在18~706 m,总面积1443 km²,全县常住人口约50万人;属温带大陆性季风气候,一年四季周期性变化明显。春季(3–5月)冷空气频繁,多西南大风,空气湿度小、光照充足,春旱几乎年年出现;夏季受东南季风影响,降水量多而且集中,年均降水量为747.0 mm,夏季(6–8月)降水量占全年总降水量61%,集中频繁的降水易诱发暴雨、洪涝、短时强降水等极端天气发生,且降水空间分布不均,年际变化较大,编制全县暴雨强度公式对合理防范城市内涝,科学实施给水排水规划和工程设计提供科学依据^[1]。

将整编的1981–2010年气象资料作为气候标准

值,五莲县降水量在中国2089个观测站降水量排名中,处于第1040位,略高于全国平均降水量,其中降水量在600~800 mm的县级城市占250多个。从县级城市规模、降水量及气候特点看,五莲县具有一定代表性,因此将五莲县作为样本,进行县级城市暴雨强度公式研究。

1 计算方法和资料样本

1.1 计算方法

国家标准《室外排水设计规范(2014年版)》(GB/T 50014–2006)、《城市暴雨强度公式编制和设计暴雨雨型确定技术导则》共推荐了3种不同计算方法:指数分布、E·J·Gumbel分布和P-Ⅲ分布,分别利用3种分布曲线进行拟合调整,得出3种不同函数的频率分布曲线,最后通过精度检验比较,确定最优的频率分布曲线^[1–2]。

指数分布函数: $X=a \times \lg Te + b$

式中 X 表示一定历时降雨强度, a 表示离散程度参数, b 表示分布曲线下限, Te 表示重现期。

E·J·Gumbel(极值Ⅰ型)分布函数:

$$F(x) = \exp(-\exp(-a(x-u))) \quad (a>0, -\infty < u < \infty)$$

式中 a 为分布的尺度参数, u 为分布的位置参数。

$$\text{P-Ⅲ型分布函数: } f(x) = \frac{\beta^a}{\Gamma(a)} (x-a_0)^{a-1} e^{-\beta(x-a_0)}$$

式中 $\Gamma(a)$ 为 a 的伽玛函数; a, β, a_0 分别为P-Ⅲ型分布的形状尺度和位置未知参数, $a>0, \beta>0$ 。

1.2 资料样本

资料样本采用五莲站 1969–2018 年 50 年分钟降水量,其中 1969–2004 年降水采用虹吸式雨量计记录的分钟降水量,在雨量自记纸上用降水迹线表示,使用“降水自记纸数字化处理系统”将自记纸记录的降水迹线转换成数字化分钟降水量(R01 文件),降水自记纸迹线提取数据经过三级质量控制,质量可靠;2005–2014 年降水采用翻斗式雨量传感器自动记录的分钟降水量(J 文件);将两个分钟降水量序列数据进行均一化检验后合并,从当年分钟数据文件资料中分别滑动挑取 5 min、10 min、15 min、20 min、30 min、45 min、60 min、90 min、120 min、150 min、180 min 共 11 个降雨时段的最大降水量,并记录 11 个时段最大降水量的开始时间^[3–4]。

2 暴雨强度公式定义

依据《室外排水设计规范》有关规定,将暴雨强度公式定义为

$$q=\frac{167A_1(1+C\lg P)}{(t+b)^n}$$

(1)

式中: q 为暴雨强度 ($L/(s \cdot hm^2)$), P 为重现期 (a); t 为降雨历时 (min); A_1 为雨力参数; c 为雨力变动参数; b 为降雨时段修正参数 (min); n 为暴雨衰减指数,与重现期有关。暴雨强度 $q(L/(s \cdot hm^2))$ 与降

水强度 $i(mm/min)$ 用 $q=167i$ 换算。
(1) 式两边同时取对数后得到公式:
$$\ln q = \ln 167A_1 + \ln(1+c\lg P) - n\ln(t+b)$$
 (2)
设 $y = \ln q - \ln(1+c\lg P)$, $b_0 = \ln 167A_1$, $b_1 = -n$, $x = \ln(t+b)$, 得 $y = b_0 + b_1x$ 。已知 q 、 P 、 t 值,求得 b_0 、 b_1 、 A_1 、 n ,推算暴雨强度总公式^[5]。

3 县级城市暴雨强度公式的推算过程

强降水观测数据可靠性和参数合理性决定着暴雨强度公式的精度是否合理,在强降水观测数据确定的情况下,参数的科学性取决于暴雨公式对观测数据的拟合情况,拟合程度越低,暴雨公式越不可靠,反之,拟合程度越高,暴雨公式越可靠。频率分布线型的选择直接关系到重现期 P 、降雨强度 i 和降雨历时 t 三者关系(以下称 $P-i-t$ 关系)的可靠性^[6]。

3.1 重现期 P 、降雨强度 i 和降雨历时 t 关系的拟合结果

利用五莲站 1969–2018 年 5 min、10 min、15 min、20 min、30 min、45 min、60 min、90 min、120 min、150 min、180 min 等 11 个降雨历时样本资料,经 P–Ⅲ型分布、E·J·Gumbel 分布和指数分布曲线进行拟合调整,得出 1969–2018 年重现期、降雨强度和降雨历时三者的关系,作为编制城市暴雨强度公式的直接数据^[7–12],即 $P-i-t$ 的关系值(见表 1~3)。

表 1 1969–2018 年 P–Ⅲ分布拟合重现期、降雨强度、降雨历时表

| P | 5 min | 10 min | 15 min | 20 min | 30 min | 45 min | 60 min | 90 min | 120 min | 150 min | 180 min |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 100 | 3.680 | 3.067 | 2.569 | 2.218 | 1.794 | 1.501 | 1.330 | 1.096 | 0.945 | 0.852 | 0.758 |
| 50 | 3.364 | 2.800 | 2.346 | 2.025 | 1.638 | 1.366 | 1.207 | 0.989 | 0.846 | 0.759 | 0.675 |
| 20 | 2.942 | 2.442 | 2.046 | 1.767 | 1.429 | 1.178 | 1.036 | 0.841 | 0.714 | 0.635 | 0.565 |
| 10 | 2.602 | 2.156 | 1.806 | 1.559 | 1.261 | 1.032 | 0.904 | 0.724 | 0.611 | 0.539 | 0.479 |
| 5 | 2.239 | 1.848 | 1.548 | 1.337 | 1.082 | 0.877 | 0.763 | 0.605 | 0.504 | 0.440 | 0.392 |
| 3 | 1.894 | 1.556 | 1.304 | 1.126 | 0.911 | 0.729 | 0.629 | 0.491 | 0.403 | 0.349 | 0.311 |
| 2 | 1.691 | 1.385 | 1.160 | 1.002 | 0.811 | 0.644 | 0.551 | 0.426 | 0.348 | 0.299 | 0.266 |

表 2 1969–2018 年 E·J·Gumbel 分布拟合重现期、降雨强度、降雨历时表

| P | 5 min | 10 min | 15 min | 20 min | 30 min | 45 min | 60 min | 90 min | 120 min | 150 min | 180 min |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 100 | 3.967 | 3.365 | 2.784 | 2.413 | 2.042 | 1.790 | 1.636 | 1.367 | 1.174 | 1.051 | 0.946 |
| 50 | 3.594 | 3.040 | 2.518 | 2.182 | 1.840 | 1.601 | 1.457 | 1.212 | 1.039 | 0.928 | 0.834 |
| 20 | 3.097 | 2.607 | 2.163 | 1.873 | 1.569 | 1.350 | 1.219 | 1.005 | 0.858 | 0.764 | 0.686 |
| 10 | 2.713 | 2.272 | 1.889 | 1.635 | 1.360 | 1.156 | 1.035 | 0.846 | 0.719 | 0.637 | 0.571 |
| 5 | 2.312 | 1.923 | 1.603 | 1.386 | 1.143 | 0.953 | 0.843 | 0.679 | 0.573 | 0.505 | 0.452 |
| 3 | 1.993 | 1.646 | 1.375 | 1.188 | 0.969 | 0.792 | 0.690 | 0.547 | 0.457 | 0.400 | 0.356 |
| 2 | 1.707 | 1.396 | 1.171 | 1.011 | 0.814 | 0.647 | 0.553 | 0.428 | 0.353 | 0.305 | 0.271 |

表 3 1969–2018 年指数分布拟合重现期、降雨强度、降雨历时表

| <i>P</i> | 5 min | 10 min | 15 min | 20 min | 30 min | 45 min | 60 min | 90 min | 120 min | 150 min | 180 min |
|----------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 100 | 4.296 | 3.651 | 2.993 | 2.575 | 2.176 | 1.951 | 1.805 | 1.522 | 1.303 | 1.160 | 1.035 |
| 50 | 3.822 | 3.238 | 2.660 | 2.289 | 1.926 | 1.712 | 1.576 | 1.322 | 1.129 | 1.004 | 0.895 |
| 20 | 3.195 | 2.692 | 2.219 | 1.911 | 1.597 | 1.397 | 1.273 | 1.057 | 0.899 | 0.797 | 0.710 |
| 10 | 2.721 | 2.279 | 1.885 | 1.624 | 1.348 | 1.158 | 1.043 | 0.856 | 0.725 | 0.640 | 0.570 |
| 5 | 2.247 | 1.866 | 1.552 | 1.338 | 1.099 | 0.919 | 0.814 | 0.656 | 0.551 | 0.483 | 0.431 |
| 3 | 1.898 | 1.562 | 1.306 | 1.127 | 0.915 | 0.743 | 0.644 | 0.508 | 0.423 | 0.368 | 0.327 |
| 2 | 1.620 | 1.321 | 1.111 | 0.960 | 0.770 | 0.604 | 0.510 | 0.391 | 0.321 | 0.276 | 0.246 |

表 1–3 中 3 种函数计算出来的重现期、降雨强度、降雨历时关系值表现出来的共性为:3 种函数 $P-i-t$ 数值随着 11 个降雨历时的时段变长而变小,同 1 种函数计算出来的同 1 降水历时 $P-i-t$ 数值随着重现期变小而变小。3 种函数计算出来的重现期、降雨强度、降雨历时关系值表现出来的差异为:P-Ⅲ型分布曲线的各降雨历时及各重现期的 $P-i-t$ 关系值均最小, E · J · Gumbel 分布 $P-i-t$ 关系值较大,指数分布 $P-i-t$ 关系值最大。

3.2.3 种曲线计算出的 $P-i-t$ 关系误差精度分析

利用 3 种分布曲线拟合计算出 $P-i-t$ 关系值,分别采用最小平方、高斯–牛顿法两种方法进行参数率定,并计算暴雨强度公式标准差^[7–14]。对 P-Ⅲ型分布曲线拟合,分别采用最小平方、高斯–牛顿法求参数,重现期 2 ~ 20 a 的暴雨强度公式绝对标准差分别为 0.031、0.038 mm/min,相对标准差分别为 4.09%、5.34%;指数分布曲线拟合绝对标准差分别为 0.094、0.056 mm/min,相对标准差分别为 13.78%、11.86%; E · J · Gumbel 分布曲线拟合绝对标准差分别为 0.056、0.053 mm/min,相对标准差分别为 8.87%、8.70%。经比较,P-Ⅲ型曲线拟合暴雨强度公式的绝对标准差误差最小,E · J · Gumbel 分布曲线拟合误差次之,指数分布曲线拟合误差最大。对于同一种分布曲线,采用最小平方比采用高斯–牛顿法求参数的误差小。因此,使用 P-Ⅲ型分布曲线延长强降水资料样本,采用最小平方求解参数推导暴雨强度公式^[15]。

3.3 用 P-Ⅲ型分布曲线推求暴雨强度公式结果

利用暴雨强度公式计算软件,进行样本县降雨数据整理与统计、暴雨公式拟合、输出计算结果和进行精度检验等^[4]。计算出的经验频率在理论频率上下波动,11 个降雨时段拟合误差均在 5.68% ~ 8.81%,平

均拟合误差为 7.6%,且短历时误差低于长历时误差。最终得出样本县 P-Ⅲ型分布暴雨强度总公式为

$$q=\frac{953.651\times(1+0.9841gP)}{(t+6.029)^{0.601}}\tag{3}$$

式中 q 为暴雨强度 (L/(s · hm²)), P 为重现期 (a), t 为降雨历时 (min)。

4 暴雨强度公式的精度检验与分析

经查阅相关资料,重现期 2 ~ 20 a 暴雨强度的绝对标准差不宜大于 0.05 mm/min,相对标准差不宜大于 5%^[2]。采用 P-Ⅲ型分布曲线拟合、最小平方求参数,计算得出重现期 2 ~ 20 a 的五莲站暴雨强度绝对标准差、相对标准差分别为 0.031 mm/min、4.09%,单一公式绝对标准差、相对标准差分别为 0.015 mm/min、1.28%,两者均满足误差要求,且误差小,精度高。不同重现期 11 个历时的暴雨强度与理论频率值见表 4。从表中具体数值可以看出,暴雨公式 11 个历时和 7 个重现期的计算值决大多数比实际频率值略大,计算值最大数值为 4.005 mm/min,计算值最小值为 0.320 mm/min,计算值和实际值均呈现总体随着降雨历时增大和重现期减小而变小趋势,各降雨历时和重现期计算值与实际值最大相差值为 0.325 mm/min,最小误差为 -0.02 mm/min,暴雨公式的计算值与实际频率值比较吻合,拟合比较好。

5 结论

采用 P-Ⅲ型、E · J · Gumbel 和指数 3 种分布曲线计算得出样本县 1969–2018 年重现期、降雨强度和降雨历时三者关系,并用最小平方求参数,3 种分布曲线重现期 2 ~ 20 a 的暴雨强度公式绝对标准差分别为 0.031 mm/min、0.053 mm/min、0.056 mm/min,相对

标准差分别为4.09%、8.70%、11.86%，比较发现，P-Ⅲ型曲线拟合暴雨强度公式误差最小，E·J·Gumbel 分布曲线拟合误差次之，指数分布曲线拟合误差最大。经检验皮尔逊Ⅲ型曲线拟合的重现期 2~20 a暴雨强度公式和单一公式均误差小且满足要求，故用

P-Ⅲ型分布曲线延长资料样本，采用最小平方法求解参数推求样本县暴雨强度公式，该公式对于科学编制城市规划，避免或减轻城市内涝造成的灾害提供了理论依据。

表 4 1969–2018 年五莲暴雨总公式推算值与实际频率值比较 mm/min

| 历时重现期 (a) | | 5 min | 10 min | 15 min | 20 min | 30 min | 45 min | 60 min | 90 min | 120 min | 150 min | 180 min |
|--------------------|-----|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| 推算值 1969–2018 年 | 100 | 4.005 | 3.199 | 2.717 | 2.390 | 1.966 | 1.595 | 1.366 | 1.091 | 0.926 | 0.815 | 0.733 |
| | 50 | 3.605 | 2.880 | 2.446 | 2.152 | 1.770 | 1.436 | 1.230 | 0.982 | 0.834 | 0.733 | 0.660 |
| | 20 | 3.077 | 2.458 | 2.088 | 1.836 | 1.510 | 1.225 | 1.050 | 0.838 | 0.712 | 0.626 | 0.563 |
| | 10 | 2.677 | 2.138 | 1.816 | 1.598 | 1.314 | 1.066 | 0.913 | 0.729 | 0.619 | 0.545 | 0.490 |
| | 5 | 2.277 | 1.819 | 1.545 | 1.359 | 1.118 | 0.907 | 0.777 | 0.620 | 0.527 | 0.463 | 0.417 |
| | 3 | 1.983 | 1.584 | 1.345 | 1.183 | 0.973 | 0.790 | 0.676 | 0.540 | 0.459 | 0.403 | 0.363 |
| | 2 | 1.749 | 1.397 | 1.187 | 1.044 | 0.859 | 0.697 | 0.597 | 0.476 | 0.405 | 0.356 | 0.320 |
| 实际频率值 | 100 | 3.680 | 3.067 | 2.569 | 2.218 | 1.794 | 1.501 | 1.330 | 1.096 | 0.945 | 0.852 | 0.758 |
| | 50 | 3.364 | 2.800 | 2.346 | 2.025 | 1.638 | 1.366 | 1.207 | 0.989 | 0.846 | 0.759 | 0.675 |
| | 20 | 2.942 | 2.442 | 2.046 | 1.767 | 1.429 | 1.178 | 1.036 | 0.841 | 0.714 | 0.635 | 0.565 |
| | 10 | 2.602 | 2.156 | 1.806 | 1.559 | 1.261 | 1.032 | 0.904 | 0.724 | 0.611 | 0.539 | 0.479 |
| | 5 | 2.239 | 1.848 | 1.548 | 1.337 | 1.082 | 0.877 | 0.763 | 0.605 | 0.504 | 0.440 | 0.392 |
| | 3 | 1.894 | 1.556 | 1.304 | 1.126 | 0.911 | 0.729 | 0.629 | 0.491 | 0.403 | 0.349 | 0.311 |
| | 2 | 1.691 | 1.385 | 1.160 | 1.002 | 0.811 | 0.644 | 0.551 | 0.426 | 0.348 | 0.299 | 0.266 |
| 推算值– 实际值 | 100 | 0.325 | 0.132 | 0.148 | 0.172 | 0.172 | 0.094 | 0.036 | –0.005 | –0.019 | –0.037 | –0.025 |
| | 50 | 0.241 | 0.080 | 0.100 | 0.127 | 0.132 | 0.070 | 0.023 | –0.007 | –0.012 | –0.026 | –0.015 |
| | 20 | 0.135 | 0.016 | 0.042 | 0.069 | 0.081 | 0.047 | 0.014 | –0.003 | –0.002 | –0.009 | –0.002 |
| | 10 | 0.075 | –0.018 | 0.010 | 0.039 | 0.053 | 0.034 | 0.009 | 0.005 | 0.008 | 0.006 | 0.011 |
| | 5 | 0.038 | –0.029 | –0.003 | 0.022 | 0.036 | 0.030 | 0.014 | 0.015 | 0.023 | 0.023 | 0.025 |
| | 3 | 0.089 | 0.028 | 0.041 | 0.057 | 0.062 | 0.061 | 0.047 | 0.049 | 0.056 | 0.054 | 0.052 |
| | 2 | 0.058 | 0.012 | 0.027 | 0.042 | 0.048 | 0.053 | 0.046 | 0.050 | 0.057 | 0.057 | 0.054 |

参考文献：

[1] 中华人民共和国住房和城乡建设部,中国气象局.城市暴雨强度公式编制和设计暴雨雨型确定技术导则[Z].2014:1–15.

[2] GB50014–2006,室外排水设计规范(S).

[3] 中国气象局.地面气象观测规范[M].北京:气象出版社,2003:54–59.

[4] 周黔生.暴雨选样采用年最大值法更实用[J].给水排水,1995(6):14–14.

[5] 彭愈满.南充市城区暴雨强度公式探讨[J].低碳世界,2016(5):71–72.

[6] 朱颖元.暴雨强度公式参数率定方法[J].中国给水排水,1999(7):32–33.

[7] 张中和.给水排水设计手册第 5 册:城镇排水[M].北京:中国建筑工业出版社,2004:8–42.

[8] 朱秀红,李长军,周秀军.基于皮尔逊Ⅲ型分布的五莲县暴雨强度公式推求研究[A].第 33 届中国气象学会年会论文交流集[C].2016.

[9] 马玉峰.城市暴雨强度公式推求方法研究[J].北方农业学报,2015(5):78–83.

[10] 钱睿智.扬州市短历时暴雨强度公式参数推求[J].江苏水利,2013(3):40–41.

[11] 郭渠,廖代强,孙佳.重庆主城区暴雨强度公式推算方法和应用探讨[J].气象,2015(3):336–345.

[12] 谭凯,宋怡,涂朝勇,等.巴中市暴雨强度公式推求研究[J].中国市政工程,2017(4):75–79.

[13] 高琳,周玉文,唐颖,等.城市暴雨强度公式皮尔逊Ⅲ型适线问题研究[J].给水排水,2016

(8):47-51.

[14] 柳世碑,蔡念念.贺州市新一代暴雨强度公式推算研究[J].河南城建学院学报,2016(5):83-86.

[15] 张子贤,孙光东,孙建印,等.城市暴雨强度公式拟合方法研究[J].水利学报,2013(11):1263-1271.

The Comparative Study on the Formula of Torrential Rain Intensity in County-level Cities based Three Kinds of Distribution Function

LI Changjun¹, ZHU Xiuhong², ZHOU Xiujun³

(1. Shandong Meteorological Information Center, Jinan 250001, China; 2. Wulian County Meteorological Bureau, Wulian 262300, China; 3. Rizhao Meteorological Bureau, Rizhao 276826, China)

Abstract: In order to prevent urban disasters caused by heavy rain or heavy rain, a total of 50 years of minute precipitation data from 1969 to 2018 in Wulian County are utilized to calculate the local torrential rain intensity formula; three distribution curves of Pearson III, Gengbeier, and exponent which are fitted and adjusted are used to obtain the recurrence period, rainfall intensity, and rainfall duration of the three different curve calculation methods(abbreviated as the *P-i-t* relationship), and then the accuracy is tested and compared respectively. Finally, it is determined that the formula of rainstorm strength calculated by using P-III distribution and the least flat method is the optimal distribution curve. The formula of the torrential rain intensity has been tested; the absolute standard deviation is 0.031 mm/min, and the relative standard deviation is 4.09%. The calculation error is small and the accuracy is high.

Keywords: rainstorm intensity; curve fitting; P-III; E · J · Gumbel; exponent