

文章编号: 2096-1618(2019)06-0578-04

基于改进 Jacobi 算法的组网雷达目标定位方法研究

李怡呈, 杜雨泓, 辜建

(成都信息工程大学电子工程学院, 四川 成都 610225)

摘要:在三维坐标内,存在四个固定的全向天线雷达站形成组网雷达并对一静止目标进行观测,利用经过发射与回波信号混频得到的差拍信号,经过FFT处理得到包含目标距离的状态信息,最后通过改进的Jacobi迭代算法来反解目标估计坐标,并与传统Jacobi迭代算法进行对比,分析了仿真结果,验证改进算法的优越性。

关键词:组网雷达;差拍信号;目标定位跟踪;Jacobi迭代

中图分类号:TN958.8

文献标志码:A

doi:10.16836/j.cnki.jcuit.2019.06.003

0 引言

随着科技的进步,多传感器融合通过使用多个节点的信息,能够实现信息互补,相比于单传感器来说,多传感器可以放大测量的精确性和置信度^[1]。近年来,多传感器也应用在越来越多的平台上,其中,组网雷达(netted radar)就是其应用之一。组网雷达通过其网内多个雷达同时观测一个目标,获得各个雷达相对目标的距离信息,能够提高测量精度。

目标定位(location)是确定目标在某个地理位置的过程^[2],即确定目标在系统建立的坐标系中位置的过程,根据定位结果,可以将定位分为模糊定位和精确定位。

模糊定位是在测量信息不充分或条件资源有限的情况下获得的目标位置信息^[3],人们往往无法根据该位置直接搜索到目标。而精确定位^[4]就是利用探测信息估计目标具体坐标位置的过程。要实现精确定位,观测站必须探测到足够多的目标信息,且信息可靠,受到噪声干扰的程度非常小,这时估计的位置是非常接近目标真实值的^[5]。

本文利用数字仿真实验平台搭建一个组网雷达,对一静止目标进行观测,最终得到观测目标的估计坐标。

1 组网雷达几何关系

单雷达测量目标通常具备近距离探测精度高、中远距离探测精度低的通病,这是因为随着测距的增大,由方位误差带来的精度误差将越来越大^[6]。基于雷达探测目标的这种特点,可以利用多雷达组网技术来解决和减轻由于探测距离过大而导致测量误差过大的问题,从而提高整体测量质量。基于三维坐标系(x - y - z),固定4部雷达(Radar1, Radar2, Radar3, Radar4),坐

标分别为 X_1, X_2, X_3, X_4 ,组成一个组网雷达系统,该4部雷达分别装有全向天线用于目标探测,假设在组网内存在一个静止目标Target,其坐标为 X_0 ,并对其进行观测,几何关系如图1所示。

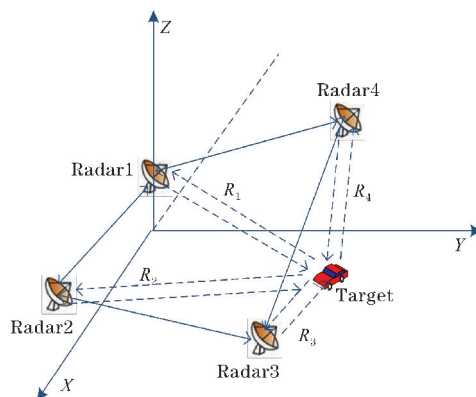


图1 组网雷达几何关系图

其中,4部全向天线雷达之间可以进行通信,从而确保测量信息的高置信度以及实时同步性, R_1, R_2, R_3, R_4 分别为4部雷达(Radar1、Radar2、Radar3、Radar4)到探测目标Target之间的距离。

由几何关系可以得到^[7]:

$$\begin{cases} (x_1-x)^2+(y_1-y)^2+(z_1-z)^2=R_1^2 \\ (x_2-x)^2+(y_2-y)^2+(z_2-z)^2=R_2^2 \\ (x_3-x)^2+(y_3-y)^2+(z_3-z)^2=R_3^2 \\ (x_4-x)^2+(y_4-y)^2+(z_4-z)^2=R_4^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中,雷达1,2,3,4的坐标分别为 $X_1(x_1, y_1, z_1)$, $X_2(x_2, y_2, z_2)$, $X_3(x_3, y_3, z_3)$ 和 $X_4(x_4, y_4, z_4)$,目标坐标为 $X_0(x, y, z)$ 。式(1)两两相减得到6个关于 x, y, z 的方程式,并化简得到矩阵形式,即:

$$\begin{bmatrix} x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_4-x_3 & y_4-y_3 & z_4-z_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} RR_{12} \\ RR_{13} \\ \vdots \\ RR_{34} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,

$$RR_{ij} = R_i^2 - R_j^2 - x_i^2 + x_j^2 - y_i^2 + y_j^2 - z_i^2 + z_j^2 \quad (3)$$

$i \neq j = 1, 2, \dots, 6$ 。接下来的问题是如何根据方程

组(2)解出目标的估计坐标 $X_0(x, y, z)$ 。

2 目标定位估计

在得到目标与观测雷达之间的估计距离后,需根据估计距离来反解目标的估计坐标。传统的 Jacobi 迭代法在系数矩阵条件数过大的情况下会对方程的解产生较大的误差^[8],改进后 Jacobi 迭代算法一方面会降低系数矩阵条件数,另一方面会使方程的解误差更小。

2.1 传统 Jacobi 迭代法

当计算线性方程组的解时,

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n, \end{cases} \quad (4)$$

记为 $Ax = b$ ^[9]:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

通过对式(5)化简,可以构建为方程组的形式:

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{a_{12}}{a_{11}}x_2 - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n + \frac{b_1}{a_{11}} \\ x_2 = -\frac{a_{21}}{a_{22}}x_1 - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n + \frac{b_2}{a_{22}} \\ \dots \\ x_n = -\frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1 - \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2 - \dots - \frac{a_{nn-1}}{a_{nn}}x_{n-1} + \frac{b_n}{a_{nn}} \end{cases} \quad (6)$$

因式(6)两端都含有解 x ,可以构建迭代公式^[10]:

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = -\frac{a_{12}}{a_{11}}x_2^{(k)} - \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}}x_n^{(k)} + \frac{b_1}{a_{11}} \\ x_2^{(k+1)} = -\frac{a_{21}}{a_{22}}x_1^{(k)} - \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}}x_n^{(k)} + \frac{b_2}{a_{22}} \\ \dots \\ x_n^{(k+1)} = -\frac{a_{n1}}{a_{nn}}x_1^{(k)} - \frac{a_{n2}}{a_{nn}}x_2^{(k)} - \dots - \frac{a_{nn-1}}{a_{nn}}x_{n-1}^{(k)} + \frac{b_n}{a_{nn}} \end{cases} \quad (7)$$

即:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k)} \right) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

其中, a_{ii} 为矩阵 A 的第 i 行,第 i 列个元素, b_i 为矩阵 b 的第 i 列元素, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

2.2 改进的 Jacobi 迭代法

关于线性方程组 $Ax = b$, A 或 b 假定存在一个小的波动 δA 或 δb ,则会对方程的解产生比较大的误差,这种方程组被称为病态方程组^[11]。当系数矩阵严重病态时,其 $\text{cond}(A) \gg 1$,其中 $\text{cond}(A)$ 表示矩阵 A 的条件数,条件数越大,表示矩阵 A 的病态程度越大。

改进的 Jacobi 迭代算法,一方面可以改善病态矩阵条件数,从而另一方面提升计算精度,形式如下:

$$(A + \partial E)x = b \quad (9)$$

其中, A 为 n 阶非奇异矩阵, E 为 n 阶单位矩阵。对于非奇异矩阵 A ,当 $\partial > 0$ 时,则 $\text{cond}(A + \partial E) < \text{cond}(A)$,减少了条件数,从而减轻了线性方程组的病态程度,使得方程组的解更加逼近于真实解。

方便起见,令矩阵 $C = A + \partial E$,有 $Cx = b$:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

下面用矩阵形式来说明改进的 Jacobi 迭代算法。

将方程组记为 $Cx = b$,其中矩阵 C 非奇异且 $C_{ii} \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

将矩阵 C 分解成对角线,上下三角的形式:

$$C = D + L + U \quad (11)$$

其中,

$$D = \begin{bmatrix} C_{11} & & & \\ & C_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & C_{nn} \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ C_{21} & 0 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & 0 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ & 0 & \dots & C_{2n} \\ & & \ddots & \vdots \\ & & & 0 \end{bmatrix}。$$

由此可以将变形过程表示为

$$Dx = -(L + U)x + b \quad (12)$$

即

$$x = -D^{-1}(L + U)x + D^{-1}b \quad (13)$$

简写为

$$x = Bx + d \quad (14)$$

故改进的 Jacobi 迭代公式的矩阵形式为

$$\begin{cases} x^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})^T (\text{初始化向量}) \\ x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + d \end{cases} \quad (15)$$

对于因子 ϑ 的选择是否得当是影响该算法的关键因素。当 ϑ 过小时,对系数矩阵 \mathbf{A} 的条件数的降低起不到任何作用,此时,系数矩阵 \mathbf{A} 依然为病态矩阵,解的精度仍然很低;当 ϑ 过大时,收敛速度会变慢,甚至会出现解失真的情况。根据文中所处理的系数矩阵 \mathbf{A} ,在数字仿真实验中经过多次计算后确定 ϑ 取值为 5 较为合适。

3 仿真分析

采用数字实验仿真的方法进行比较分析。假设在三维坐标内,存在 4 个固定的雷达观测站,坐标分别为 X_1, X_2, X_3, X_4 ,考虑到估计差拍信号频率的 FFT 方法有误差,不能准确地得到真实差拍频率,即容易产生随机性,因此采用蒙特卡洛(Monte Carlo method)方法同时观测一个目标 X_0 100 次。实验步骤流程图如图 2 所示。

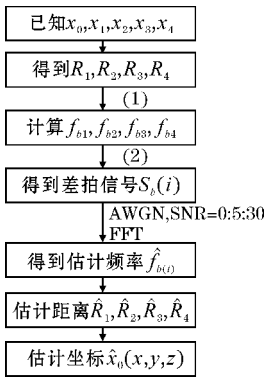


图2 实验步骤流程图

由文献可知,雷达的测距精度随带宽 B 和信噪比 SNR 的增大而增大,对于已有的结论不再讨论,本文仅仅讨论在带宽 $B=20\text{ MHz}$ 和信噪比在 $-15\sim 30\text{ dB}$ 的参数条件下由上文所涉及的传统 Jacobi 迭代法和改进的 Jacobi 迭代法相对 x, y, z 方向以及相对雷达观测站 X_1 上的仿真实验,得到归一化 RMSE(均方根误差)随 SNR(信噪比)的变化曲线图,如图 3~6 所示。

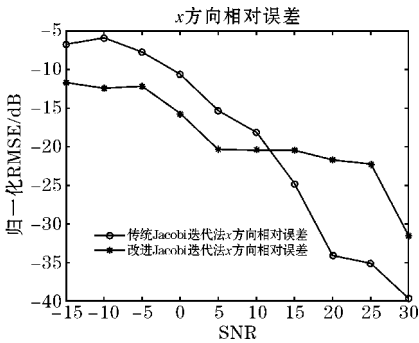


图3 x方向相对误差

由图 3 可以清楚地看到,在 x 方向上,低信噪比的参数下,改进的 Jacobi 迭代法比传统的 Jacobi 迭代法在精度方面优于后者,在 10 dB 后,传统的 Jacobi 迭代法在测量精度方面优于改进的 Jacobi 迭代法。

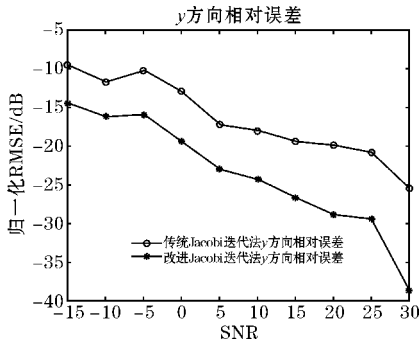


图4 y方向相对误差

由仿真结果图 4 可以清楚地看到,在 y 方向上,传统 Jacobi 迭代法和改进的 Jacobi 迭代法在信噪比方面几乎没有多大的提升,但是在测量精度方面上,改进的 Jacobi 迭代算法相比于传统的 Jacobi 迭代算法上有不小的提升,在 30 dB 时出现最大差值,提升大约为 -13 dB 。

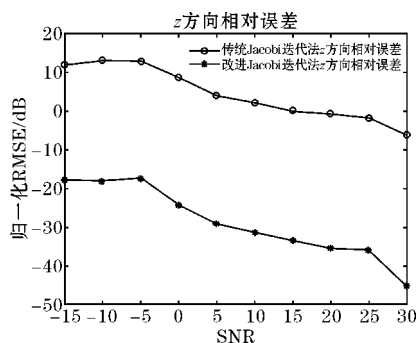


图5 z方向相对误差

由仿真结果图 5 可以清楚地看到,在 z 方向上,传统 Jacobi 迭代法和改进的 Jacobi 迭代法在信噪比方面类似于 y 方向上的相对误差,几乎没有变化,但是也是在测量精度方面,改进的 Jacobi 迭代算法相比于传统的 Jacobi 迭代算法上有不小的提升,在 30 dB 时出现差值峰值,提升大约为 -24.5 dB 。

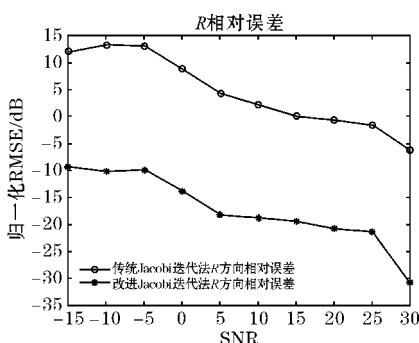


图6 R相对误差

结合 x, y, z 方向相对误差,得到估计目标坐标相对雷达观测站 X_1 的相对误差图(图 6),正是因为本文提出的这种改进算法,首先使得在 x, y, z 方向上的测量精度有些许提高,从而相应的在相对雷达观测站 X_1 上的测量精度随着方向精度的提高而提高。

为直观地得到两种算法在不同信噪比条件下的优

劣势,统计 4 个信噪比 $SNR_1 = -5\text{ dB}$, $SNR_2 = 5\text{ dB}$, $SNR_3 = 15\text{ dB}$, $SNR_4 = 25\text{ dB}$ 下两种算法的归一化 RMSE,如表 1 所示。

表 1 两种算法的归一化 RMSE 单位: dB		
SNR/dB	传统的 Jacobi 迭代算法	改进的 Jacobi 迭代算法
-5	12.98	-9.844
5	4.026	-18.15
15	0.06	-19.41
25	-1.661	-21.38

通过表 1 可以得出,在 $SNR_1 = -5\text{ dB}$ 的参数条件下,传统 Jacobi 迭代算法的归一化 RMSE 为 12.98 dB,相比于同 SNR_1 改进的 Jacobi 迭代法来说,后者的归一化 RMSE 为 -9.844 dB,带来误差精度的提升有明显的改善,改善的相对精度为 -22.8 dB。在 $SNR_2 = 5\text{ dB}$ 的参数条件下,传统 Jacobi 迭代算法的归一化 RMSE 为 4.026 dB,改进的 Jacobi 迭代算法的归一化 RMSE 为 -18.15 dB,带来误差相对精度为 -22.1 dB。在 $SNR_3 = 15\text{ dB}$ 的参数条件下,传统 Jacobi 迭代算法的归一化 RMSE 为 0.06 dB,改进的 Jacobi 迭代算法的归一化 RMSE 为 -19.41 dB,带来误差相对精度为 -19.4 dB。通过对比得出,尤其在低信噪比的条件下,改进的 Jacobi 迭代算法明显优于传统 Jacobi 迭代算法。综合判断,通过改进的 Jacobi 迭代算法降低系数矩阵条件数,从而带来更加逼近真值的解,使得不论在 x, y, z 方向还是 R 的相对误差更小,精度更高。

4 结束语

基于组网雷达测距估计目标坐标改进了传统的 Jacobi 迭代算法,一方面能够降低方程组求解时系数矩阵的条件数,从而另一方面解决了由于系数矩阵条件数过大导致解精度低的情况,利用数字仿真实验平台中对 x, y, z 方向和 R 做了误差比较分析,仿真结果表明,与传统 Jacobi 迭代算法相比,所改进的 Jacobi 迭代算法能够在测量精度方面提供帮助,并且验证了

本文提出算法的可行性,对工程设计具有帮助意义。

参考文献:

[1] 李宝泽,刘进忙,刘睿渊. 基于二维雷达组网目标高度定位算法[J]. 火力与指挥控制,2010,35(1):94-95.

[2] 付炎松. 24 GHz 汽车防撞雷达设计及实现[D]. 成都:电子科技大学,2018.

[3] 周俊宇. 仅用距离多普勒观测的多传感器多目标跟踪方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2013.

[4] 魏晚会,谢锡海. 一种基于二分法和 SDFT 的 FMCW 雷达高精度测距方法[J]. 现代电子技术,2018,41(7):8-11.

[5] 黄小平,王岩,缪鹏程. 目标定位跟踪原理及应用——MATLAB 仿真[M]. 北京:电子工业出版社,2018.

[6] 施岩龙,郝欣,马艳琴. 一种提高组网雷达目标定位精度的算法[J]. 中国电子科学研究院学报,2009,4(5):523-527.

[7] Deming R, Schindler J, Perlovsky L. Multi-Target/Multi-Sensor Tracking using Only Range and Doppler Measurements[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(2): 593-611.

[8] 雍龙泉. 线性方程组的 4 种迭代方法[J]. 陕西理工学院学报(自然科学版),2016,32(5):80-84.

[9] 徐仲,张凯院,陆金等. 矩阵论简明教程[M]. 北京:科学出版社,2004.

[10] 胡志成. Jacobi 与 Gauss-Seidel 迭代的比较及算法的 MATLAB 实现[J]. 高师理科学刊,2018,38(3):59-61.

[11] 潘轶,岳建平,刘斌. 病态矩阵参数估计的改进主元加权迭代算法[J]. 地理空间信息,2016,14(8):64-66.

Research on Radar Target Location Method based on Improved Jacobi Algorithm

LI Yicheng, DU Yuming, GU Jian
(College of Electronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: In the three-dimensional coordinates, there are four fixed omnidirectional antenna radar stations forming a networked radar and observing a stationary target. In this paper, the beat signal obtained by mixing the transmitted and echo signals is processed by FFT. The obtained state information including the target distance is finally solved by the improved Jacobi iterative algorithm mentioned in this paper, and compared with the traditional Jacobi iterative algorithm. The simulation results are analyzed and the superiority of the improved algorithm is verified.

Keywords: netted radar; beat signal; target location tracking; Jacobi iteration