文章编号：2096-1618(2020)02-0235-04

灰色关联分析模型数据预处理算子的若干性质

郭 弘， 陈勇明
(成都信息工程大学应用数学学院，四川 成都 610225)

摘要：在对一个系统进行关联分析时，邓氏灰色关联分析模型常采用的数据预处理算子有初值化算子、均值化算子、逆化算子和倒数化算子。不同算子进行数据预处理后计算的灰色关联度一般不同，研究算子的性质及如何选用成为灰色关联分析模型的重要问题。讨论了初值化和均值化算子之间关系的性质及其在计算灰色关联度中的一些联系，得到邓氏灰色关联度为1关于初值化算子的等价条件和关于均值化算子的充分条件，进而证明了初值化得到的邓氏关联度为1是均值化得到邓氏关联度为1的充分条件，同时证明了逆化算子和均值化算子之间关系的性质。

关 键 词：灰色系统；灰色关联分析；邓氏灰色关联度；初值化算子；均值化算子；逆化算子；倒数化算子

中图分类号：O29 **文献标志码**：A

doi：10.16836/j.cnki.jcuit.2020.02.015

0 引言

邓聚龙教授提出的灰色关联分析模型(邓氏灰色关联分析模型)[1]是分析一个系统中的人们感兴趣的某行为特征与其相关联的因素之间关联程度的常用模型。例如对学生的成绩感兴趣，成绩则称为行为特征，与成绩相关的因素有智力水平、学习时间、用功程度、健康状况等多种因素，希望知道众多的可能因素与行为特征的关联程度哪些大哪些小。灰色关联分析的基本思想是将系统中的行为特征的时间序列与其相关联因素的时间序列分别对应于直角坐标系中的点，再将相邻点依次连接成折线，然后根据折线的几何形状的相似程度判断其对应的因素与特征行为之间的关联是否紧密，相似程度越大则关联程度越大，反之则越小。由于行为特征序列及各相关因素序列的量纲往往互不相同，进行关联分析时需要对各序列进行数据无量纲化预处理，初值化算子、均值化算子、逆化算子和倒数化算子是邓氏灰色关联分析模型的4种常用算子[2-5]，在实际应用中被广泛采用[6-11]。不同数据预处理算子建立的灰色关联分析模型所得的关联度和进而得到的关联序一般是不同的，如何选择预处理算子以及探讨不同算子之间的关系成为一个重要的研究问题[12-14]。为此分析初值化算子与均值化算子之间关系的若干性质，并揭示利用这两种不同预处理算子建立邓氏灰色关联分析模型的结果之间的一些联系。同时给出了逆化算子和倒数化算子之间关系的性质和证明。

收稿日期：2019-03-16
基金项目：四川省科学技术厅软科学研究计划资助项目(2018ZR0287)

1 预备知识

初值化算子、均值化算子、逆化算子、倒数化算子以及邓氏灰色关联度的基础知识如下。

定义1[1] 设序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$，$X_iD_1=(x_i(1)d_1,x_i(2)d_1,\cdots,x_i(n)d_1)$，其中 D_1 为序列算子，$x_i(k)d_1=x_i(k)/x_i(1)$，$x_i(1)\neq0$，$k=1,2,\cdots,n$，则称 D_1 为初值化算子，X_iD_1 为 X_i 在初值化算子 D_1 下的像，简称初值像。

定义2[1] 设序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$，$X_iD_2=(x_i(1)d_2,x_i(2)d_2,\cdots,x_i(n)d_2)$，其中 D_2 为序列算子，其中 $x_i(k)d_2=x_i(k)/\bar{X}_i$，$\bar{X}_i=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_i(k)$，$k=1,2,\cdots,n$，则称 D_2 为均值化算子，X_iD_2 为 X_i 在均值化算子 D_2 下的像，简称均值像。

定义3[1] 设序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$，$X_iD_3=(x_i(1)d_3,x_i(2)d_3,\cdots,x_i(n)d_3)$，其中 D_3 为序列算子，$x_i(k)d_3=1-x_i(k)$，$k=1,2,\cdots,n$. 则称 D_3 为逆化算子，X_iD_3 为 X_i 在逆化算子 D_3 下的像，简称逆化像。

定义4[1] 设序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$，$X_iD_4=(x_i(1)d_4,x_i(2)d_4,\cdots,x_i(n)d_4)$，其中 D_4 为序列算子，$x_i(k)d_4=1/x_i(k)$，$x_i(1)\neq0$，$k=1,2,\cdots,n$，则称 D_4 为倒数化算子，X_iD_4 为 X_i 在倒数化算子 D_4 下的像，简称倒数化像。

设 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$ 为某系统的特征行为序列，与之相关联的因素序列为

$X_1=(x_1(1),x_1(2),\cdots,x_1(n))$

$X_m=(x_m(1),x_m(2),\cdots,x_m(n))$

由邓氏灰色关联度模型[1]，称

$\gamma(x_0(k),x_i(k))=$

$$\frac{\min\limits_{i}\min\limits_{j}|x_0(j)d_t-x_i(j)d_t|+\xi\max\limits_{i}\max\limits_{j}|x_0(j)d_t-x_i(j)d_t|}{|x_0(k)d_t-x_i(k)d_t|+\xi\max\limits_{i}\max\limits_{j}|x_0(j)d_t-x_i(j)d_t|} \tag{1}$$

为因素 X_i 与特征行为 X_0 的第 k 个灰色关联系数,其中 $\xi\in(0,1)$;$k=1,2,\cdots,n$;$t=1,2,3,4$;d_t 含义如定义 1 到定义 4 所示。称

$$\gamma(X_0,X_i)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma(x_0(k),x_i(k)) \tag{2}$$

为因素 X_i 与特征行为 X_0 的灰色关联度。

邓氏灰色关联度计算步骤如下(数据预处理过程采用初值化算子或均值化算子):

第 1 步 对特征行为序列 X_0 和因素序列 $X_i(i=1,2,\cdots,m)$用初值化算子或均值化算子作数据预处理得到序列

$X_iD_t=(x_i(1)d_t,x_i(2)d_t,\cdots,x_i(n)d_t)$

$i=1,2,\cdots,m$;$t=1,2,3,4$

其中 D_t 为初值化算子 D_1 或均值化算子 D_2。

第 2 步 求序列 X_0 和 X_i 的初值像(或均值像)对应分量之差的绝对值序列 Δ_i,$i=1,2,\cdots,m$。

$$\Delta_i=(\Delta_i(1),\Delta_i(2),\cdots,\Delta_i(n))$$

$$\Delta_i(k)=|x_0d_t-x_id_t| \tag{3}$$

第 3 步 求 $\Delta_i(k)=|x_0d_t-x_id_t|$ $(i=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots,n)$的最大值与最小值。

$$\widetilde{M}=\max_i\max_k\Delta_i(k)$$

$$\widetilde{m}=\min_i\min_k\Delta_i(k) \tag{4}$$

第 4 步 求灰色关联系数。

$$\gamma(x_0(k),x_i(k))=\frac{\widetilde{m}+\xi\widetilde{M}}{\Delta_i(k)+\xi\widetilde{M}}\quad \xi\in(0,1)$$

$$i=1,2,\cdots,m;k=1,2,\cdots,n \tag{5}$$

第 5 步 求灰色关联度。

$$\gamma(X_0,X_i)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma(x_0(k),x_i(k))\quad i=1,2,\cdots,m \tag{6}$$

2 主要结果及证明

下面给出反映初值化算子与均值化关系的一些性质以及在计算邓氏灰色关联度中的一些联系,同时给出反映逆化算子和倒数化算子关系的一些性质及证明。

性质 1 设序列 X_0、X_i 的初值像分别为 X_0D_1、X_iD_1,序列 X_0、X_i 的均值像分别为 X_0D_2、X_iD_2,则 $X_0D_1=X_iD_1\Leftrightarrow X_0D_2=X_iD_2$。

证明 设序列 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$,$X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$的初值像分别为 $X_0D_1=(x_0(1)d_1,x_0(2)d_1,\cdots,x_0(n)d_1)$,$X_iD_1=(x_i(1)d_1,x_i(2)d_1,\cdots,x_i(n)d_1)$。又设 X_0、X_i 的均值像分别为 $X_0D_2=(x_0(1)d_2,x_0(2)d_2,\cdots,x_0(n)d_2)$,$X_iD_2=(x_i(1)d_2,x_i(2)d_2,\cdots,x_i(n)d_2)$

(i)"$\Leftarrow$" 先证 $X_0D_2=X_iD_2\Rightarrow X_0D_1=X_iD_1$。

由定义 2,有

$$x_0(k)=x_0(k)d_2\cdot\bar{X}_0,\quad x_i(k)=x_i(k)d_2\cdot\bar{X}_i$$

其中,

$$\bar{X}_0=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_0(k)\quad \bar{X}_i=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_i(k)$$

又由定义 1 得

$$x_0(k)d_1=\frac{x_0(k)}{x_0(1)}=\frac{x_0(k)d_2\cdot\bar{X}_0}{x_0(1)d_2\cdot\bar{X}_0}=\frac{x_0(k)d_2}{x_0(1)d_2}$$

$k=1,2,\cdots,n$

$$x_i(k)d_1=\frac{x_i(k)}{x_i(1)}=\frac{x_i(k)d_2\cdot\bar{X}_i}{x_i(1)d_2\cdot\bar{X}_i}=\frac{x_i(k)d_2}{x_i(1)d_2}$$

$k=1,2,\cdots,n$

由已知 $X_0D_2=X_iD_2$,则有 $x_0(k)d_2=x_i(k)d_2$,$k=1,2,\cdots,n$。所以 $x_0(k)d_1=x_i(k)d_1$,$k=1,2,\cdots,n$,即 $X_0D_1=X_iD_1$。

(ii)"$\Rightarrow$"再证 $X_0D_1=X_iD_1\Rightarrow X_0D_2=X_iD_2$。

由定义 1,有

$$x_0(k)=x_0(k)d_1\cdot x_0(1),\quad x_i(k)=x_i(k)d_1\cdot x_i(1)$$

又由定义 2 得

$$x_0(k)d_2=\frac{x_0(k)}{\bar{X}_0}=\frac{x_0(k)d_1\cdot x_0(1)}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_0(k)d_1\cdot x_0(1)]}=\frac{x_0(k)d_1}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_0(k)d_1]}$$

$$x_i(k)d_2=\frac{x_i(k)}{\bar{X}_i}=\frac{x_i(k)d_1\cdot x_i(1)}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_i(k)d_1\cdot x_i(1)]}=\frac{x_i(k)d_1}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_i(k)d_1]}$$

$k=1,2,\cdots,n$

已知 $X_0D_1=X_iD_1$,即 $x_0(k)d_1=x_i(k)d_1$ $k=1,2,\cdots,n$

所以有

$$\frac{x_0(k)d_1}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_0(k)d_1]}=\frac{x_i(k)d_1}{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[x_i(k)d_1]}$$

即 $x_0(k)d_2=x_i(k)d_2$ $k=1,2,\cdots n$。所以 $X_0D_2=X_iD_2$。

综合(i)和(ii)知结论成立。

性质 2 设序列 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$,$X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$的初值像分别为 $X_0D_1=(x_0(1)d_1,x_0(2)d_1,\cdots,x_0(n)d_1)$,$X_iD_1=(x_i(1)d_1,x_i(2)d_1,\cdots,x_i(n)d_1)$,又设经初值化算子作数据预处理后所求的邓氏灰色关联度为 $\gamma_{0i}^{(1)}$。则 $\gamma_{0i}^{(1)}=1\Leftrightarrow X_0D_1=X_iD_1$。

在证明性质 2 前,先证明一个引理。

引理 1 设 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$,$X_i=$

$(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$ 的初值像分别为 $X_0D_1=(x_0(1)d_1,x_0(2)d_1,\cdots,x_0(n)d_1)$，$X_iD_1=(x_i(1)d_1,x_i(2)d_1,\cdots,x_i(n)d_1)$，若 $|x_0(k)d_1-x_i(k)d_1|=c$，其中 c 为常数，$k=1,2,\cdots,n$。则 $X_0D_1=X_iD_1$。

证明　由定义 1 可知 $x_i(k)d_1=x_i(k)/x_i(1)$，$k=1,2,\cdots,n$，则

$$x_i(1)d_1=1\quad i=1,2,\cdots,m$$

于是 $|x_0(1)d_1-x_i(1)d_1|=0$。

由已知　$|x_0(k)d_1-x_i(k)d_1|=c$

其中 c 为常数，$k=1,2,\cdots,n$。可得

$$|x_0(1)d_1-x_i(1)d_1|=c=0$$

即 $|x_0(k)d_1-x_i(k)d_1|=0$

所以 $x_0(k)d_1=x_i(k)d_1\quad k=1,2,\cdots,n$

即 $X_0D_1=X_iD_1$。

利用引理 1 证明性质 2。

证明

(i)"⇒" 先证 $\gamma_{0i}{}^{(1)}=1\Rightarrow X_0D_1=X_iD_1$。

根据邓氏灰色关联度的计算，若 $\gamma_{0i}{}^{(1)}=1$，则由式(2)可知 $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma(x_0(k),x_i(k))=1$，

又由于 $0<\gamma(x_0(k),x_i(k))\le 1$，则

$$\gamma(x_0(k),x_i(k))=1\quad k=1,2,\cdots,n$$

即　$$\frac{\widetilde{m}+\xi\widetilde{M}}{\Delta_i(k)+\xi\widetilde{M}}=1$$

于是 $\Delta_i(k)=\widetilde{m}$，$X_0,X_i,i=1,2,\cdots,m$，为已知序列，由式(4)知 $\widetilde{m}$ 为常数，即

$$|x_0(1)d_1-x_i(1)d_1|=\tilde{m}$$

由引理 1 知 $X_0D_1=X_iD_1$。

(ii)"⇐"再证 $X_0D_1=X_iD_1\Rightarrow\gamma_{0i}{}^{(1)}=1$。

由已知 $X_0D_1=X_iD_1$，由式(3)有 $\Delta_i(k)=0$，$k=1,2,\cdots n$，又由式(4)有 $\widetilde{m}=\min\limits_i\min\limits_k\Delta_i(k)=0$。代入式(5)有

$$\gamma(x_0(k),x_i(k))=\frac{\widetilde{m}+\xi\widetilde{M}}{\Delta_i(k)+\xi\widetilde{M}}=1\quad k=1,2,\cdots,n$$

最后由式(6)有 $\gamma_{0i}{}^{(1)}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma_{0i}(k)=1$。

综合(i)和(ii)知结论成立。

性质 3　设序列 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$，$X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$ 的均值像分别为 $X_0D_2=(x_0(1)d_2,x_0(2)d_2,\cdots,x_0(n)d_2)$，$X_iD_2=(x_i(1)d_2,x_i(2)d_2,\cdots,x_i(n)d_2)$，设经均值化算子作数据预处理后所求的邓氏灰色关联度为 $\gamma_{0i}{}^{(2)}$，则 $X_0D_2=X_iD_2\Rightarrow\gamma_{0i}{}^{(2)}=1$。

证明　由已知 $X_0D_2=X_iD_2$，由式(3)有 $\Delta_i(k)=0$，$k=1,2,\cdots,n$，又由式(4)有 $\widetilde{m}=\min\limits_i\min\limits_k\Delta_i(k)=0$。代入式(5)有

$$\gamma(x_0(k),x_i(k))=\frac{\widetilde{m}+\xi\widetilde{M}}{\Delta_i(k)+\xi\widetilde{M}}=1\quad k=1,2,\cdots,n$$

最后由式(6)有

$$\gamma_{0i}{}^{(2)}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\gamma(x_0(k),x_i(k))=1$$

则 $X_0D_2=X_iD_2\Rightarrow\gamma_{0i}{}^{(2)}=1$。

注 1：$\gamma_{0i}{}^{(2)}=1$ 时，$X_0D_2=X_iD_2$ 不一定成立。反例如下：$X_0=(5,5,5,5,5,5)$，$X_1=(9,11,9,11,9,11)$，$X_2=(5,15,5,15,5,15)$，易知 $\gamma_{01}{}^{(2)}=1$，但 $X_0D_2\neq X_iD_2$。

性质 4　设由初值化算子和均值化算子求得的邓氏灰色关联度分别为 $\gamma_{0i}{}^{(1)}$ 和 $\gamma_{0i}{}^{(2)}$，则 $\gamma_{0i}{}^{(1)}=1\Rightarrow\gamma_{0i}{}^{(2)}=1$。

证明　已知 $\gamma_{0i}{}^{(1)}=1$，由性质 2 得 $X_0D_1=X_iD_1$，由性质 1 得 $X_0D_2=X_iD_2$，再由性质 3 得 $\gamma_{0i}^{(2)}=1$.

性质 5　设序列 X_0、X_i 的逆化像分别为 X_0D_3、X_iD_3，序列 X_0、X_i 的倒数化像分别为 X_0D_4、X_iD_4，则 $X_0D_3=X_iD_3\Leftrightarrow X_0D_4=X_iD_4$。

证明　设序列 $X_0=(x_0(1),x_0(2),\cdots,x_0(n))$ 和序列 $X_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n))$ 的逆化像分别为

$$X_0D_3=(x_0(1)d_3,x_0(2)d_3,\cdots,x_0(n)d_3)$$
$$X_iD_3=(x_i(1)d_3,x_i(2)d_3,\cdots,x_i(n)d_3)$$

又设 X_0、X_i 的倒数化像分别为

$$X_0D_4=(x_0(1)d_4,x_0(2)d_4,\cdots,x_0(n)d_4)$$
$$X_iD_4=(x_i(1)d_4,x_i(2)d_4,\cdots,x_i(n)d_4)$$

(i)"⇐" 先证 $X_0D_4=X_iD_4\Rightarrow X_0D_3=X_iD_3$。

由定义 4，有

$x_0(k)=1/(x_0(k)d_4)$，$x_i(k)=1/(x_i(k)d_4)$，$k=1,2,\cdots,n$。又由定义 3，得

$$x_0(k)d_3=1-x_0(k)=1-\frac{1}{x_0(k)d_4}=\frac{x_0(k)d_4-1}{x_0(k)d_4}$$

$$x_i(k)d_3=1-x_i(k)=1-\frac{1}{x_i(k)d_4}=\frac{x_i(k)d_4-1}{x_i(k)d_4}$$

$k=1,2,\cdots,n$。

由已知 $X_0D_4=X_iD_4$，则有 $x_0(k)d_4=x_i(k)d_4$，$k=1,2,\cdots,n$。所以 $x_0(k)d_3=x_i(k)d_3$，$k=1,2,\cdots,n$。即 $X_0D_3=X_iD_3$

(ii)"⇒"再证 $X_0D_3=X_iD_3\Rightarrow X_0D_4=X_iD_4$。

由定义 3，有

$x_0(k)=1-x_0(k)d_3$，$x_i(k)=1-x_i(k)d_3$，$k=1,2,\cdots,n$。又由定义 4，得

$$x_0(k)d_4=\frac{1}{x_0(k)}=\frac{1}{1-x_0(k)d_3}\quad k=1,2,\cdots,n$$

$$x_i(k)d_4=\frac{1}{x_i(k)}=\frac{1}{1-x_i(k)d_3}\quad k=1,2,\cdots,n$$

由已知 $X_0D_3=X_iD_3$，则有 $x_0(k)d_3=x_i(k)d_3$，$k=1,2,\cdots,n$。所以 $x_0(k)d_4=x_i(k)d_4$，$k=1,2,\cdots,n$。即 $X_0D_4=X_iD_4$。

综合(i)和(ii)知结论成立。

3　结束语

数据的无量纲化预处理作为灰色关联分析模型的前期准备，对后续的模型结果有至关重要的影响，不同

算子预处理后进行灰色关联分析建模的关联度不仅数值通常不同,由此导出的关联序也往往不同。在实际应用中,经验办法根据具体问题的实际背景来选择算子,即对所选择的算子要尽可能给出符合现实意义的必要解释,但模型受使用者主观性的影响较大,降低了模型结果的说服力。从数学角度去探讨不同数据预处理算子之间的联系有助于模型的合理建立和更好地解释模型结果。发现初值化算子和均值化算子在建立邓氏灰色关联度模型中并非完全独立,彼此之间存在较强联系,得到了邓氏灰色关联度为1关于初值化算子的等价条件和关于均值化算子的充分条件,进而证明了初值化得到的邓氏关联度为1是均值化得到的邓氏关联度为1的充分条件,同时分析了逆化算子和倒数化算子之间关系的性质,加深了对邓氏灰色关联度模型的建模机理的认识。

致谢:感谢成都市科学技术局软科学研究项目(2016-RK00-00269-ZF)对本文的资助

参考文献:

[1] 刘思峰. 灰色系统理论及其应用[M]. 8版,北京:科学出版社,2017.

[2] 陈茜影,程宝龙. 灰色点关联系数与点关联度的注记[J]. 系统工程,1990,8(5):59-65.

[3] 魏勇,高彦琴,曾柯方. 邓氏关联度的局限与关联公理的演变[J]. 应用泛函分析学报,2015,17(4):391-399.

[4] 李学全,李松仁,韩旭里. 灰色系统理论研究(Ⅰ):灰色关联度[J]. 系统工程理论与实践,1996,10 (11): 91-95.

[5] 吕锋,崔晓辉. 多目标决策灰色关联投影法及其应用[J]. 系统工程理论与实践,2002,22 (1): 103-107.

[6] L F Wu,S F Liu. Grey convex relational degree and its application to evaluate regional economic sustainability[J]. ScientiaIranica, 2013, 20(1): 44-49.

[7] Wenping Wang,Qingfang Cao. Identifying Key Influential Factors of Transforming Regional Science and Education Advantages into Industrial Advantages by Grey Relational Analysis[J]. The Journal of Grey System, 2013, 25(1): 63-75.

[8] YangZhiWei, Hsu MingHuang. Grey relational analysis of pigment levels and the normalized difference vegetation index during the vegetative phase of paddy rice[J]. The Journal of Grey System, 2012,24(3): 275-284.

[9] 许利群. 土壤理化性质对杉木生长影响的灰色关联分析[J]. 浙江林业科技,1993,13(1):47-49,56.

[10] 杨雪,仝凤鸣,王菲. 基于改进型灰色关联分析的煤矿安全评价研究:以ZC集团为例[J]. 企业经济, 2014, 45(6):155-159.

[11] 陈慧清,胡小芳,吴成宝. 用基于邓氏灰色关联度的聚类方法对煤种进行聚类的研究[J]. 中国粉体技术, 2010, 16(3):19-21,25.

[12] 高孝伟,沙景利. 灰色关联分析的应用中应注意的问题[J]. 统计与决策, 2003,29(2):60.

[13] 张月,肖峰. GRA方法中的无量纲化比较[J]. 统计与决策, 2005,31(2):121.

[14] 施海波, 王海明. 灰色关联分析法在田径技术分析中的适用性研究[J]. 武汉体育学院学报, 2004, 38(6):86-90.

Some Properties of Data Preprocessing Operators on Grey Relational Analysis Model

GUO Hong, CHEN Yongming

(College of Applied Mathematics, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: When analyzing the incidence relationship for some system, the data preprocessing operators commonly used in the Deng's grey relational analysis model, including initial value operator, mean operator, inverse operator and reciprocal operator. Different data preprocessing operators will derive different grey relational values and different ranks. It is an important issue to explore the properties of the operators. We discuss the properties concerning the relation between the above two operators and their relation in constructing the grey relational analysis model. We found the necessary and sufficient condition concerning the initial value normalizing operator and the sufficient condition for the grey relational grade value 1. Then, the grey relational grade value 1 derived by the initial value normalizing operator implies the grey relational grade value 1 derived by the mean value normalizing operator. Meanwhile, the properties of the relationship between inversion operator and mean operator are proved.

Keywords: grey system; grey relational analysis; Deng's grey relational grade; the initial value normalizing operator; the mean value normalizing operator; the inverse operator; the reciprocal operator