

文章编号: 2096-1618(2020)04-0367-06

稀疏阵列方向不变恒定束宽波束形成优化方法

喻伟闯¹, 何培宇¹, 徐自励², 崔 敖¹, 廖峰乙¹, 罗胡琴¹, 师学伟¹

(1. 四川大学电子信息学院, 四川 成都 610064; 2. 中国民用航空局第二研究所, 四川 成都 610041)

摘要:为减少实际阵元数目并保证不同指向角对应的波束主瓣宽度保持恒定, 提出一种基于压缩感知 (compressive sensing, CS) 和二阶锥规划 (second order cone programming, SOCP) 的方向不变波束形成 (steering-invariant beamforming, SIB) 优化方法。运用 CS 恢复算法对阵列虚拟拓展后的稀疏阵列采集到的压缩测量信号进行恢复并计算其虚拟加权矢量。通过虚拟加权矢量设计参考波束, 采用设计波束主瓣与参数波束主瓣均方误差最小条件下保证设计波束旁瓣水平最低的准则, 基于 SOCP 方法进行方向不变波束形成优化设计。实验结果表明, 提出的方法在保证方向不变恒定束宽波束形成性能的同时, 减少了实际阵元数目。

关键词:信号与信息处理; 波束形成; 方向不变恒定束宽; 稀疏阵列; 压缩感知; 二阶锥规划

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

doi: 10.16836/j.cnki.jcuit.2020.04.001

0 引言

波束形成广泛应用于雷达^[1]、声纳^[2]、无线通信等领域。波束主瓣宽度和旁瓣水平是衡量波束形成器性能的重要参数。对常规波束形成器而言, 波束主瓣宽度随着波束指向角的增大而变宽, 导致阵列分辨能力下降。为保证不同指向角对应的波束主瓣宽度恒定, 需要对恒定束宽波束形成算法进行研究。方向不变波束形成 (steering-invariant beamforming, SIB) 是实现恒定束宽波束形成的研究分支, 对窄带信号有效。

目前, 关于恒定束宽波束形成的研究主要集中在频率不变波束形成^[3-5], 对于方向不变波束形成^[6-7]的研究较少。智婉君等^[3]利用空间重采样法 (space resampling, SR) 实现了一维频率不变波束形成。Ward D B等^[4]基于波束响应与阵元间距和频率之间的关系, 提出一种频率不变波束形成方法。Liu W等^[5]利用阵列波束响应与各阵元的 FIR 滤波器的系数或与各阵元频率响应的关系, 提出一种基于多维傅立叶逆变换的频率不变波束形成方法。关于方向不变波束形成的研究, 幸高翔等^[6]采用非线性约束法, 提出基于 SOCP 的方向不变波束形成算法。廖峰乙等^[7]在前人研究基础上, 提出基于 SOCP 和 IFT 的频率—方向不变波束形成方法。这些关于恒定束宽波束形成的研究, 大多关注的是常规阵列阵元间距小于或等于半波长的非稀疏阵列情况。

阵元数目的减少在实际应用中具有重要意义, 如卫星通信对天线的重量有限制, 希望使用尽可能少的阵元^[8]。另外, 在声源定位等声学信号处理的某些应用场景中, 由于物理位置的局限性, 要求麦克风阵列的阵元

数目尽量少。稀疏阵列的设计方法是指按某种规则在满阵的阵元位置保留或去掉一些阵元^[9]。压缩感知 (CS) 可以从比传统样本数目少得多的稀疏信号中恢复原始信号^[10]。Bin Hu 等^[11]运用压缩感知理论, 提出了基于半定规划的稀疏阵列自适应波束形成方法。Jian Wang 等^[12]提出一种基于压缩感知的改变天线孔径保持波束性能的稀疏阵列自适应数字波束形成技术。

鄢社锋等^[13]运用 SOCP 进行波束形成设计, 提出满足多性能要求的波束形成器优化设计方法, 使波束形成器的设计变得更加灵活。提出的稀疏阵列方向不变波束形成优化方法, 综合上述波束形成算法的优点, 在满足各指向角波束主瓣宽度恒定和旁瓣水平最低的同时有效减少了阵元数目。

1 阵列信号模型

阵列信号处理技术是实现空时域信号处理的一个重要手段, 波束形成技术是阵列信号处理的重要研究方向。考虑一个阵元数为 M 的均匀线阵, 阵元各向同性, 阵元间距为 d 。阵列接收某个波达方向为 θ 的远场窄带信号的时域快拍模型如图 1 所示。

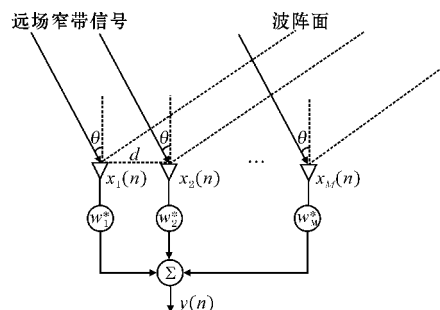


图1 阵列接收远场窄带信号模型

设第一个阵元为参考阵元,参考阵元接收信号的复包络为 $s(t)$,则第 m 个阵元第 k 次快拍的采样值为

$$x_m(k) = s(k) e^{-j2\pi f(m-1)\tau}, m=1,2,\dots,M \quad (1)$$

其中 $\tau = d \cos \theta / c$ 为平面波到达相邻两阵元的时间间隔为, c 为平面波的波速。阵元接收的信号可以表示成向量形式

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}(\theta) s(k) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{-j2\pi f\tau}, \dots, e^{-j2\pi f(M-1)\tau}]^T$ 为方向矢量。

阵列的输出信号为各阵元接收信号 $\mathbf{x}(k)$ 的加权求和,设波束形成器加权矢量为 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_M]^T$,则输出信号为

$$y(k) = \sum_{i=1}^M w_i^* x_i(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (3)$$

某方向上单位功率的平面波信号在阵列上的响应称为波束响应。波束响应 $P(\theta)$ 定义为

$$p(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta) \quad (4)$$

波束图中主瓣区域 Θ_{ML} 用集合表示为 $[\theta_L, \theta_R]$, θ_L 和 θ_R 分别表示波束主瓣左边第一个零点和右边第一个零点的角度值。 $[\theta_L, \theta_R]$ 以外的区域称为旁瓣区域,记作 Θ_{SL} 。

2 方向不变恒定束宽波束形成

方向不变恒定束宽波束形成设计目的是为了使不同指向角上的主瓣宽度不变,保证阵列的分辨能力不下降。其设计思想是:首先将观察区域分解成若干离散化的方位点 $\theta_m (\theta_m \in \Theta_{ML})$ 和 $\theta_s \in \Theta_{SL}$,前者为主瓣区域离散角,后者为旁瓣区域离散角。最优恒定束宽波束形成可以表述为主瓣设计波束响应与期望波束响应幅度误差最小^[13]。

文献[6]采用非线性约束优化方法,实现了单频点方向不变恒定束宽波束形成。设指向角为 θ_r 的波束响应为 $P_r(\theta)$,旁瓣水平为 H_{SL} ,旁瓣级束宽切割得到的波束主瓣为 $P_{rml}(\theta)$ 。图2为不同主瓣指向角的参考波束图。实线部分表示对应的参考波束,其主瓣为 $P_{rml}(\theta)$,虚线部分的其他指向角对应的参考波束主瓣均由 $P_{rml}(\theta)$ 平移得到。方向不变波束形成的优化问题可以表示为

$$\begin{aligned} \min_w & |P(\theta_{iSL})|, \quad i=1,2,\dots,P \\ \text{s.t.} & P(\theta_{si}) = 1 \\ & |P_d(\theta_{ij}) - P_r(\theta'_{ij})|^2 < \varepsilon, \quad \theta_{ij} \in [\theta_L, \theta_R]_i \end{aligned} \quad (5)$$

其中, θ_{si} 是观察区域内的某个主瓣指向角, θ_{iSL} 为主瓣指向角 θ_{si} 对应的旁瓣区域, $P(\theta'_{ij})$ 为主瓣指向角 θ_{si} 对应的波束主瓣的第 j 个值。 $P_r(\theta'_{ij})$ 为平移后得到

的参考波束主瓣的第 j 个值, $[\theta_L, \theta_R]_i$ 为主瓣指向角 θ_{si} 对应的主瓣区域, ε 为设定的上限值。

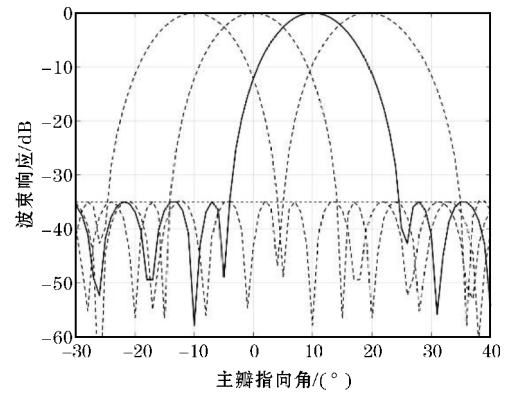


图2 不同指向角的参考波束图

3 基于CS和SOCP的方向不变波束形成优化方法

基于CS和SOCP的方向不变波束形成优化方法是通过阵列虚拟拓展、压缩信号恢复以及虚拟阵列加权值的计算,最后利用获得的权值向量进行基于SOCP的方向不变波束形成。

3.1 稀疏信号的压缩感知模型

稀疏信号是指大多数采样时刻取值为零或接近零的信号。对于连续时间信号 $x(t)$,利用Nyquist速率采样可以得到 n 个离散时间的向量 $\mathbf{x} = [x(1), x(2), \dots, x(n)]^T$ 。当阵列的阵元数目减少时,得到的是一组低维测量值向量

$$\mathbf{y} = [y(1), y(2), y(m)]^T, \quad k=1,2,\dots,m \quad (6)$$

$$y(k) = \langle \phi_k, \mathbf{x} \rangle, \quad k \in M, \quad M \subset \{1,2,\dots,n\} \quad (7)$$

式中 ϕ_k 是感知基 $\Phi \in R^{n \times n}$ 的第 k 列, M 是一个基数 $m \ll n$ 的子集。(6)式可以表示成向量形式

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{A} = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m]^T$, $m \in M$ 是一个维数为 $m \times n$ 的感知矩阵。

信号 \mathbf{x} 可以用一个稀疏基 $\Psi \in R^{n \times n}$ 变换到某个可压缩的变换域,得到其稀疏表示

$$\mathbf{x} = \Psi \mathbf{s} \quad (9)$$

稀疏系数 $\mathbf{s} \in R^n$ 含有 K 个非零元素,称为 \mathbf{x} 的 K -稀疏表示。

由式(8)和式(9)可知传感器测量到的信号

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \Psi \mathbf{s} \quad (10)$$

令 $\Theta = \mathbf{A} \Psi$,称为全息字典,或传感矩阵。图3为稀疏信号的压缩感知模型^[8],虚线部分为虚拟部分。

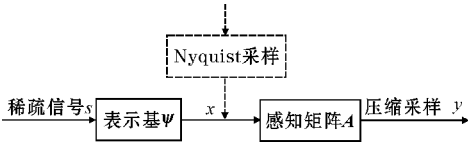


图3 稀疏信号压缩感知模型

可以将压缩感知理论应用于稀疏阵列波束形成,假设阵列阵元数为 M ,虚拟拓展后的阵元数为 N ,将阵列接收信号 x 的入射角划分为 N 等分,每个角度对应一个方向向量,对应的方向向量构成一组 $N \times N$ 维变换矩阵(稀疏基)

$$\Psi = [a(\theta_1), a(\theta_2), \dots, a(\theta_N)]^T \quad (11)$$

由信号处理理论可知,信号 x 可以用下面的线性组合表示

$$x = \sum_{k=1}^N a(\theta_{sk}) \cdot s_k = \Psi s \quad (12)$$

式中 $\theta_{sk} \in \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N\}$, $k=1, 2, \dots, K$ 。稀疏系数 s 为 x 在稀疏基 Ψ 上的投影, s 具有 $[0, 0, \dots, s_1, 0, \dots, 0, \dots, s_k, 0, \dots, 0]$ 形式, s_k 随机分布在 $N-K$ 个 0 中间, $K \ll N$, 信号 x 的稀疏度为 K 。

将信号 x 投影到一组维数为 $M \times N$, ($M < N$) 的随机测量矩阵 Φ (相当于(8)式中的感知矩阵 A) 上,得到测量值矩阵

$$y = \Phi x \quad (13)$$

由(12)式和(13)式得

$$y = \Phi \Psi s = \Theta s \quad (14)$$

式中的 $\Theta = \Phi \Psi$ 称为传感矩阵,其维数为 $M \times N$ 。

利用压缩感知信号恢复算法,如正交匹配追踪(OMP)^[14]、压缩采样匹配追踪(CoSaMP)^[15]及子空间追踪(SP)^[16]等算法,可以从(14)式中恢复出稀疏系数 s ,再由(12)式重构出信号 x 。为了确保算法的收敛性,测量矩阵 Φ 和稀疏基矩阵 Ψ 应满足不相关性要求,即传感矩阵 Θ 满足受限等距特性(RIP)准则^[17]。

3.2 阵列虚拟拓展和压缩感知信号恢复

阵列通过虚拟拓展,能够利用较少阵元拓展出较大的阵列孔径,并且保证阵元位置对压缩感知信号恢复误差的影响较小^[18]。设原始阵列为一阵元间距为半波长($\lambda/2$)的均匀线阵,阵元数为 M 。将其虚拟拓展后得到的稀疏均匀线阵的阵元数目为 N ($M \ll N \leq K \times e^{(M/K)}$, K 为稀疏度),相邻阵元间距仍为 $\lambda/2$ 。原始阵列的 M 个阵元随机分布于虚拟阵列中的 M 个位置,并保持虚拟阵列第一个阵元和最后一个阵元为实际阵元,其余的 $N-M$ 个位置为虚拟阵元。

假设一远场窄带信号入射到虚拟阵列上,入射角为 θ ,则 N 元虚拟阵列的接收信号 $x_{\text{virtual}}(n)$ ($N \times 1$ 维)

可以表示为

$$x_{\text{virtual}}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_N(n)]^T \quad (15)$$

由于该接收信号中有 $N-M$ 项的值为零,其余 M 项非零,这 M 个非零值构成 $M \times 1$ 维的压缩测量值向量

$$y_{\text{compressed}}(n) = [y_1(n), y_2(n), \dots, y_M(n)]^T \quad (16)$$

压缩测量值 $y_{\text{compressed}}(n)$ 对应于虚拟阵列中的 M 个实际阵元接收的数据。由于 OMP 算法具有复杂度低,运算速度快优点,采用 OMP 算法对压缩测量值信号进行重构^[14,19],得到恢复信号

$$x_{\text{recovery}}(n) = [\hat{x}_1(n), \hat{x}_2(n), \dots, \hat{x}_N(n)]^T \quad (17)$$

再以阵元数为 N 的实际阵列形成的波束作为参考,进行 N 维虚拟加权矢量的计算。假设有一个实际阵元数为 N 元的均匀线性阵列,阵元间距为半波长($\lambda/2$),通过波束形成方法对其进行权值优化设计,可以得到一个 $N \times 1$ 维的加权矢量 $w_{\text{optimal}} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 。则信号输出 $z_{\text{optimal}}(n)$ 可以表示为

$$z_{\text{optimal}}(n) = w_{\text{optimal}}^H x_{\text{virtual}}(n) \quad (18)$$

由恢复信号 $x_{\text{recovery}}(n)$ 得到的信号输出 $z_{\text{optimal}}(n)$ 为

$$z_{\text{optimal}}(n) = w_{\text{recovery}}^H x_{\text{recovery}}(n) \quad (19)$$

采用内点法求解(19)式的最优权值 w_{recovery} ,以 w_{recovery} 作为 N 元虚拟阵列的虚拟加权值,再结合方向不变波束形成优化方法进行恒定束宽波束形成设计。

3.3 基于 SOCP 的方向不变恒定束宽波束形成

SOCP 是一种很好的内点算法,能通过 Matlab 中的工具箱 SeDuMi^[20-21]高效地处理对称锥优化问题。方向不变恒定束宽波束形成可以用 SOCP 方法进行优化设计^[6]。

假设一维均匀线阵列阵元数为 N ,阵列法线方向对应的指向角设为 0° 。将波束主瓣区域 $[\theta_L, \theta_R]$ 离散化后得到 P 个波束指向角。在主瓣指向角为 θ_{si} , $i=1, 2, \dots, P$ 时,(5)式中的优化问题可以转化为

$$\begin{aligned} \min_w & |W^H a(\theta_{isL})|, \quad i=1, 2, \dots, P \\ \text{s.t.} & W^H a(\theta_{si}) = 1 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^M |P_d(\theta_{ij}) - P_r(\theta'_{ij})|^2 < \varepsilon, \quad \theta_{ij} \in [\theta_L, \theta_R]_i$$

为了方便 SeDuMi 进行求解,将(20)式改写为

$$\begin{aligned} \min_w & \delta \\ \text{s.t.} & |W^H a(\theta_{si})| = 1 \\ & \sum_{j=1}^M \varepsilon_j < \varepsilon \\ & |P_d(\theta_{ij}) - P_r(\theta'_{ij})|^2 \leq \varepsilon_j, \quad \theta_{ij} \in [\theta_L, \theta_R]_i \end{aligned} \quad (21)$$

$$|\mathbf{W}^H \mathbf{a}(\theta_{iSL})| < \delta, \quad i=1, 2, \dots, P$$

式中, δ 是新引入的非负标量, $\boldsymbol{\varepsilon}_j (j=1, 2, \dots, M)$ 是新引入的非负向量。

定义 $\mathbf{Y} = [\delta, \boldsymbol{\varepsilon}_1, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_M, w_1, \dots, w_N]^T$, $\mathbf{B} = [-1, \mathbf{0}_{1 \times M}, \mathbf{0}_{1 \times N}]^T$, $\mathbf{0}_{1 \times N}$ 表示 $1 \times N$ 维的零向量。(21) 式中的等式约束和 3 个不等式约束可以分别用 (22) 式的零锥以及 (23) 式、(24) 式、(25) 式的二阶锥表示^[21-22]。

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{a}^H(\theta_{si}) \mathbf{W} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & \mathbf{0}_{N \times 1}^T \\ 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & -\mathbf{a}^H(\theta_{si}) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Y} \\ = \mathbf{C}_1 - \mathbf{A}_1^T \mathbf{Y} \in \{0\}^2 \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^M \boldsymbol{\varepsilon}_j = \boldsymbol{\varepsilon} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & \mathbf{0}_{N \times 1}^T \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Y} \\ = \mathbf{C}_{1+1} - \mathbf{A}_{1+1}^T \mathbf{Y} \in \mathbf{R}_+^1 \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_j + 1 \\ 2P_r(\theta'_{ij}) - 2\mathbf{a}^H(\theta_{si}) \mathbf{W} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2P_r(\theta'_{ij}) \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{e}^T(j) & \mathbf{0}_{N \times 1}^T \\ 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & 2\mathbf{a}(\theta_{si}) \\ 0 & -\mathbf{e}^T(j) & \mathbf{0}_{N \times 1}^T \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Y} \\ = \mathbf{C}_{2+m} - \mathbf{A}_{2+m}^T \mathbf{Y} \in \mathbf{Q}_m^3, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (24)$$

式中, $\mathbf{e}(j) = [e_1, e_2, \dots, e_i, \dots, e_M]^T$, 此处 $e_i = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} \delta \\ \mathbf{a}^H(\theta_{iSL}) \mathbf{W} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & \mathbf{0}_{N \times 1}^T \\ 0 & \mathbf{0}_{M \times 1}^T & -\mathbf{a}^H(\theta_{iSL}) \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Y} \\ = \mathbf{C}_{2+k+m} - \mathbf{A}_{1+k+m}^T \mathbf{Y} \in \mathbf{Q}_k^2, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (25)$$

构造向量 \mathbf{C} 和矩阵 \mathbf{A}^T

$$\mathbf{C} @ [\mathbf{C}_1^T, \mathbf{C}_2^T L, \mathbf{C}_{2+M+K}^T] \quad (26)$$

$$\mathbf{A}^T @ [\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{L}, \mathbf{A}_{2+M+K}] \quad (27)$$

则(20)式中的优化问题可以表示为标准的二阶锥优化问题

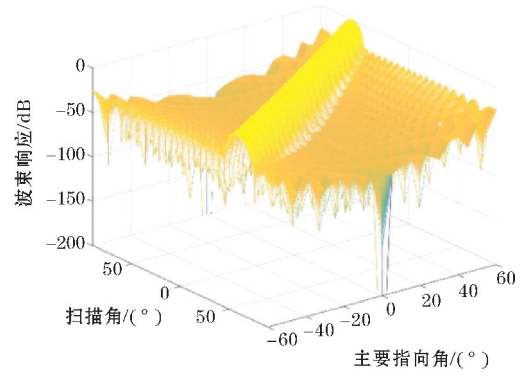
$$\max_{\mathbf{Y}} \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \\ \text{s.t. } \mathbf{C} - \mathbf{A}^T \mathbf{Y} \in \{0\} \times \mathbf{R}_+^1 \times \mathbf{Q}_1^2 \times \dots \times \mathbf{Q}_K^2 \times \mathbf{Q}_1^3 \times \dots \times \mathbf{Q}_M^3 \quad (28)$$

利用 SeDuMi 求解 (28) 式中的向量 \mathbf{Y} , 其最后 N 个分量就是所求的权值向量 \mathbf{W} 。

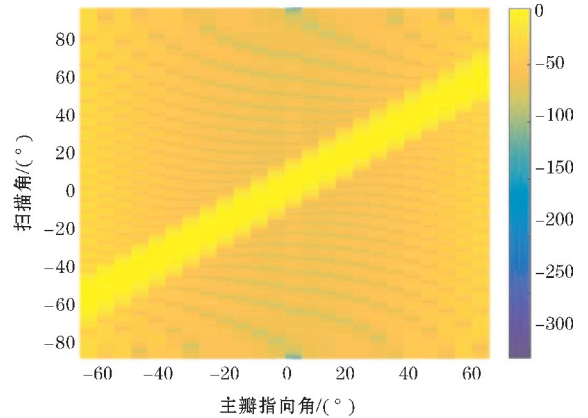
4 仿真实验与分析

为比较采用压缩感知进行预处理的稀疏阵列 SIB 方法 (CS-SIB 方法) 与未采用压缩感知进行处理的 SIB 方法 (原始 SIB 方法) 的波束性能, 对基于两种方法的均匀线阵一维方向不变波束形成进行了仿真实验和对比分析。

信号稀疏度 $K=4$, 均匀线阵的实际阵元数 $M=10$, 虚拟阵列阵元数 $N=20$ 。信号频率 $f_0=4000$ Hz, 采样频率 $f_s=8020$ Hz, 信号传播速度 $c=340$ m/s。仿真结果如图 4~6 所示。

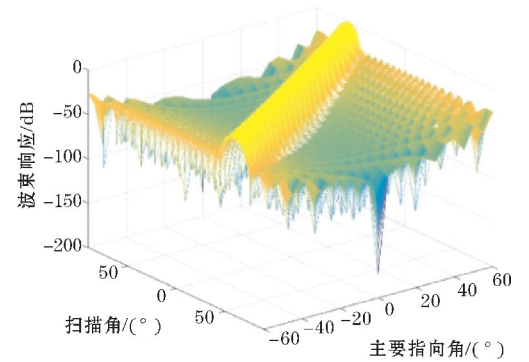


(a) 三维图

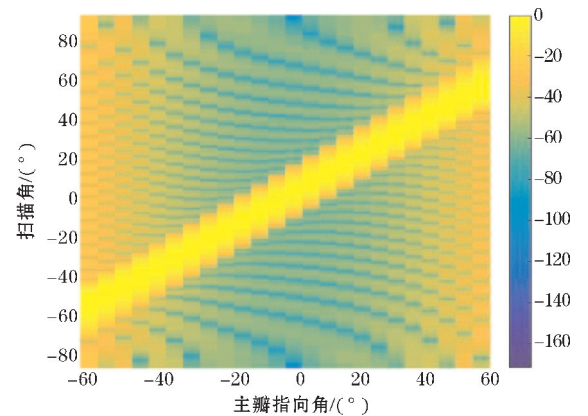


(b) 俯视图

图4 原始 SIB 方法波束图 ($M=20$)



(a) 三维图



(b) 俯视图

图5 CS-SIB 方法波束图 ($M=10$)

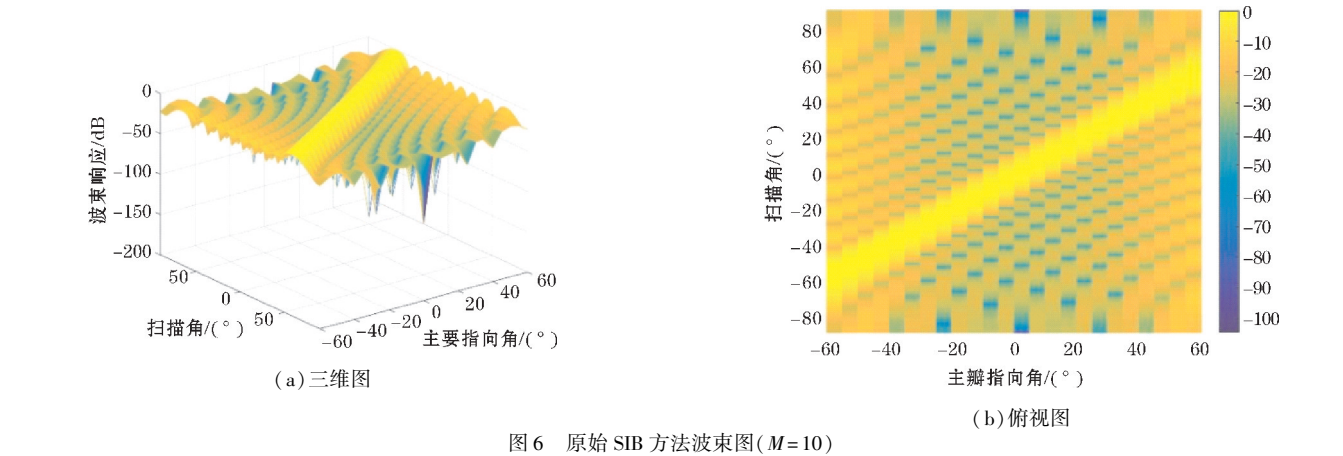


图 6 原始 SIB 方法波束图($M=10$)

从图 4 ~ 6 可以看出,3 种方法在指向角 $-60^{\circ} \sim 60^{\circ}$ 均能保持波束主瓣宽度恒定,并且具有较好的分辨能力。

表 1 为 3 种情况波束形成性能比较,可以看出,CS-SIB 方法在阵元数为 10 的情况下形成的波束旁瓣

水平与原始 SIB 方法在阵元数为 20 的情况下形成的波束旁瓣水平相同,远低于原始方法在阵元数为 10 的情况下形成的波束旁瓣水平。说明 CS-SIB 方法能够在阵元较少的情况下实现与原始 SIB 方法在阵元较多时性能相近的方向不变恒定束宽的波束。

表 1 3 种情况的波束形成性能比较

方法	实际阵元	虚拟阵元	零点间束宽/ $(^{\circ})$	旁瓣水平/dB
原始 SIB($M=20$)	20	—	28.82	-25.39
CS-SIB($M=10$)	10	20	28.72	-25.39
原始 SIB($M=10$)	20	—	31.79	-8.92

5 结论

为减少实际阵元数目并保证波束主瓣宽度随指向角变化保持恒定,提出了一种 CS-SIB 恒定束宽波束形成优化方法。该方法首先对阵列进行虚拟拓展,通过压缩感知恢复算法对压缩测量值信号恢复重建,并计算虚拟阵列的权值。再采用 SOCP 方法对方向不变恒定束宽波束形成进行优化设计,保证在各个指向角上设计波束主瓣与参考波束主瓣之间的均方误差最小条件下,设计波束的旁瓣水平最低。最后通过实验仿真对比分析了 CS-SIB 方法与原始方法在不同阵元情况下的波束形成的性能。实验结果表明,CS-SIB 方法能够在较少阵元的情况下,在一定的波束指向范围内形成较低旁瓣水平的方向不变恒定束宽的波束,该方法对恒定束宽波束形成器的优化设计具有工程应用参考价值,后续将继续对复杂场景中阵元间非相干噪声的影响进行研究,提高波束形成的性能。

参考文献:

[1] William L Melvin, James A Scheer. Principles of Modern Radar: Advanced Techniques [M]. Raleigh:SciTech Publishing,2013.

[2] Shefeng Yan, Haohai Sun, Xiaochuan Ma, et al. Time-domain implementation of broadband beam former in spherical harmonics domain [J]. IEEE Trans on Audio, Speech, and Language Processing, 2011, 19(5):1221-1230.

[3] 智婉君,李志舜. 空间重采样法恒定束宽波束形成器设计[J]. 信号处理,1998,14:1-5.

[4] Ward D B, Kennedy R A, Williamson R C. Theory and design of broadband sensor arrays with frequency invariant far-field beam patterns[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1995, 97(2):1023-1034.

[5] Liu W, Weiss S. Design of frequency invariant beamformers for broadband arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 855-860.

[6] 幸高翔,蔡志明. 基于二阶锥约束的方向不变恒定束宽波束形成[J]. 电子与信息学报,2009,31(9):2109-2112.

[7] 廖峰乙,何培宇,崔教,等. 一种基于 SOCP 和 IFT 的频率-方向不变波束形成方法[J]. 成都信息工程大学学报,2017,32(2):122-127.

[8] 陈客松,郑美燕,刘卫东,等. 运用矩阵束方法稀疏优化可分离分布的平面阵[J]. 电波科学学

- 报,2012,27(6):1180-1185.
- [9] 唐宝富,王浚海.稀疏阵列天线结构设计[J].电子机械工程,2004(4):22-24.
- [10] 张贤达,矩阵分析与应用[M].北京:清华大学出版社,2018.
- [11] Bin Hu, Xiaochuan Wu, Xin Zhang, et al. Adaptive Beamforming for Sparse Array based on Semi-definite Programming [J]. IEEE Access. 2018 (6):64525-64532.
- [12] Jian Wang, WeiXing Sheng, YuBing Han, et al. Adaptive Beamforming With Compressed Sensing for Sparse Receiving Array [C]. IEEE Transactions on aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(2):823-832.
- [13] 鄢社锋,马远良.基于二阶锥规划的任意传感器阵列时域恒定束宽波束形成[J].声学学报, 2005,30(4):309-216.
- [14] Joel A Tropp, Anna C Gilbert. Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12):4655-4666.
- [15] Abhishek Aich, P Palanisamy. On application of OMP and CoSaMP algorithms for DOA estimation problem [C]. 2017 International Conference on Communication and Signal Processing (ICCSP). IEEE, 2017:1983-1987.
- [16] Wei Dai, Olgica Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [C]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5):2230-2249.
- [17] Qun Mo, Yi Shen. A Remark on the Restricted Isometry Property in Orthogonal Matching Pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(6):3654-3656.
- [18] 蒋金,陈长兴.压缩感知技术研究及应用[J].工具技术,2014,48(10):79-82.
- [19] Jian Wang, Seokbeop Kwon, Byonghyo Shim. Generalized orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12):6202-6216.
- [20] Sturm J F. Using SeDuMi 1.02, a Matlab toolbox for optimization over symmetric cones [J]. Optimization Methods and Software, 1999, 11(12):625-653.
- [21] Jing Liu, A B Gershman, ZhiQuan Luo, et al. Adaptive beamforming with sidelobe control: A second-order cone programming approach [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(11):331-334.
- [22] Yan Shefeng. Optimal design of FIR beamformer with frequency invariant patterns [J]. Applied Acoustics, 2006, 67(6):511-528.

Optimization Method of Sparse Array Steering-invariant Constant Beamwidth Beamforming

YU Weichuang¹, HE Peiyu¹, XU Zili², CUI Ao¹, LIAO Fengyi¹, LUO Huqin¹, SHI Xuewei¹

(1. College of Electronic Information and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. The Second Research Institute of CAAC, Chengdu 610041, China)

Abstract: In order to reduce the number of actual array elements and keep the mainlobe width of beam corresponding to different pointing angles constant, a steering-invariant beamforming (SIB) optimization method based on compressed sensing (CS) and second-order cone programming (SOCP) is proposed. Use CS recovery algorithm to recover the compression measurement signals collected by the sparse array after virtual expansion of array and calculate its virtual weighted vector.

The virtual weighted vector is used to design reference beam, the criterion of minimizing the designed beam sidelobe level under the condition of the minimum mainlobe mean square error between the designed beam and the reference beam is adopted, and the SOCP method is used to optimize the design of SIB. The experimental results show that the proposed method can reduce the number of array elements while ensuring the performance of steering-invariant constant beamwidth beamforming.

Keywords: signal and information processing; beamforming; steering-invariant constant beamwidth; sparse array; compressed sensing; second-order cone programming