

文章编号: 2096-1618(2021)01-0024-08

# 基于 Lévy 飞行的一种改进鲸鱼算法

黄艳, 吴泽忠

(成都信息工程大学应用数学学院, 四川 成都 610225)

**摘要:**针对鲸鱼优化算法种群初始位置不均匀、后期容易陷入局部搜索,以及收敛精度慢较差等情况,利用正态变异方案提高收敛速度与收敛精度。利用基于正弦函数的螺旋更新位置与非线性改进策略相互配合提高全局搜索能力。最后,使用 Lévy 航行战略在迭代后期增强全局搜查才能,使算法收敛到最优解。再选取 23 个测试函数对算法收敛速度与收敛精度进行研究。实验结果表明,LMWOA 算法在收敛精度上是优于原始算法及本文选取的对比算法,阐明 LMWOA 算法有显著的改进成果。

**关键词:**应用数学; 优化算法; 鲸鱼优化算法; 正态变异算子; Lévy 飞行

**中图分类号:**TP301.6

**文献标志码:**A

**doi:**10.16836/j.cnki.jcuit.2021.01.005

## 0 引言

随着计算机应用的不竭发展,越来越多的优化算法得以实现与应用。启发式算法是目前最盛行的一种优化算法,启发式算法可以找到每个实例问题的最佳方法以及得到最优解。目前,典型的启发式算法如模拟退火算法(simulated annealing algorithm, SA)<sup>[1]</sup>、遗传算法(genetic algorithm, GA)<sup>[2]</sup>、蚁群算法(ant colony algorithm, ACA)<sup>[3]</sup>、人工神经网络(artificial neural network, ANN)<sup>[4]</sup>等。启发式算法在求解大规模复杂优化问题时更具实用性和可用性。

鲸群优化算法<sup>[5]</sup>是 Mirjalili 于 2016 提出的一种启发算法,基于该群体的发现算法是一种模拟动物群体社会行为的理论。目前,该类优化方法包括粒子群优化算法(PSO)<sup>[6]</sup>、人工蜂群算法(ABC)<sup>[7]</sup>、蚁群算法(ACO)<sup>[8]</sup>等。这些算法的共同特点是寻优过程都分为探索和开发这两个阶段。

开发是在探索阶段发现的设计空间的局部搜索能力。由于优化过程的随机性,如何在探索和开发之间找到适当的平衡点是任何启发式算法开发中最具挑战性的任务。而鲸鱼算法因具有流程简单、结构相对简单、参数较少、稳定性好等优点而受到广泛关注。

在以往的研究与应用中,龙文等<sup>[9]</sup>提出了一种改进的鲸群优化算法,利用反学习策略提高了群体的启动能力和对群体初始位置的适应性,设计了非线性收敛因子 $\alpha$ ,并添加分集来降低陷入局部最优性,测试结果表明,算法在 3 个测试函数中收敛到理论最优值 0,8 个测试函数的测试值最接近理想值,大大提高了整体搜索能力和稳定性;钟明辉等<sup>[10]</sup>提出了一种改良的具备随机管制参数的鲸群优化算法,该算法使用优

良集方法来改善种群的初始化程度,提高全局收敛速度,并进行正态变异,避免早熟收敛和受到一种惯性权重影响通过随机分布调整控制参数,测试结果表明 2 个测试函数能够收敛到最优值 0,并在 4 个测试函数的收敛速度与精度上有提升,但是测试函数较少,未对大规模函数进行测试;孙希延等<sup>[11]</sup>提出了一种改进的 WOA 算法,在迭代过程中,采用非线性策略调整收敛因子以加快算法的收敛速度,并采用差分进化算法来丰富个体种群,增强全局搜索能力,将鲸鱼优化算法和 JADE 算法相互结合保证收敛速度与精度。吴泽忠等<sup>[12]</sup>提出一种基于改进螺旋更新位置模型的鲸鱼优化算法,为了避免局部寻优,提高局部搜索速度和收敛精度,对 23 个测试函数进行了测试,证明算法对 15 个测试函数收敛到最优值 0,试验结果表明算法具有很好的稳定性、普适性和解决超大规模优化问题的能力,但搜索速度上依然有上升空间。

综合改进方案,在保持原理简单、可操作性强的基础上,优化 WOA 算法搜索结果的最优解。对于算法的全局搜索方案,利用吴泽忠等<sup>[12]</sup>所提出的正态变异方案进行改进以提高收敛速度与收敛精度。同时,基于正弦函数的螺旋更新位置与非线性改进策略相互配合提高全局搜索能力。最后,受 Seyedali Mirjalili 在分布式算法<sup>[13]</sup>中所采用的 Lévy 飞行策略启发,采用 Lévy 飞行策略提高滚动算法的整体搜索能力,并将其全局搜索的优势放大,得到基于余弦函数的非线性收敛因子,加快了算法的收敛速度。

## 1 鲸鱼优化算法

鲸群优化算法是一种新的智能优化算法,它们有着独特的泡泡网捕食模式,其捕食方式可分为探索<sup>[14]</sup>(向上螺旋)和开发<sup>[15]</sup>(双周期)两个阶段,见图 1。

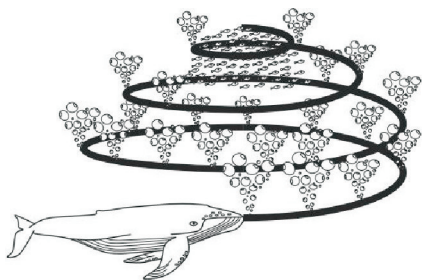


图 1 鲸鱼的泡泡网觅食行为

算法中,假设捕食猎物的鲸鱼数为  $N$  个,空间维数为  $d$  维,那么第  $i$  只鲸鱼在第  $d$  次迭代的位置为  $X_i = (X_i^1, X_i^2, \dots, X_i^d)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$

### 1.1 包围猎物阶段

在 WOA 算法中,假设目标猎物当前位置位于鲸鱼所在的最佳位置,将第  $t$  次迭代后的目标猎物位置记为  $X^*(t) = (X_i^{1*}, X_i^{2*}, \dots, X_i^{d*})$ ,捕食猎物的鲸鱼均向最佳位置靠近,鲸鱼个体的位置更新为

$$X(t+1) = X^*(t) - \vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot X^*(t) - X(t)| \quad (1)$$

其中,  $t$  表示当前的迭代次数,  $X^*(t)$  是当前最佳搜寻代理,  $X(t)$  为  $t$  次迭代的鲸鱼位置。  $\vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot X^*(t) - X(t)|$  为包围的步长,“ $|\cdot|$ ”是对向量的绝对值,  $\vec{A}$ ,  $\vec{C}$  为参数,可由下面的公式计算得到:

$$\vec{A} = a \cdot (2 \cdot r_1 - 1) \quad (2)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot r_2 \quad (3)$$

$$a = 2 - 2 \cdot t / t_{\max} \quad (4)$$

其中,  $r_1$  和  $r_2$  表示  $(0, 1)$  中互相独立的随机数,  $a$  称为收敛因子,随迭代次数从 2 到 0 线性减少,  $t$  表示当前的迭代次数,  $t_{\max}$  表示预设好的最大迭代次数。通过对  $\vec{A}$  和  $\vec{C}$  的调节可以使鲸鱼出现在猎物附近的任何一处位置。

### 1.2 螺旋泡沫网攻击

除上述搜索包围机制进行局部搜索外,螺旋更新位置的方式还可以加快局部搜索的速度,收缩机制由公式(4)中  $a$  的线性减小实现,其实现螺旋运动的公式为

$$X(t+1) = \vec{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t) \quad (5)$$

$$\vec{D}' = |X^*(t) - X(t)| \quad (6)$$

其中,  $\vec{D}'$  表现第  $i$  只鲸鱼与猎物之间的间距向量,  $b$  是定义对数螺旋状态的一个常数。通常情况下,  $b$  的值取 1,  $l$  是区间  $(-1, 1)$  中的一个随机数,鲸鱼捕食行为过程中包围猎物和泡沫网攻击是一起进行的。

### 1.3 双循环阶段

实际上鲸鱼还有随机觅食行为,在可行域内进行随机化搜索,获得更好的探索能力,其搜索公式为

$$X(t+1) = X_{\text{rand}}(t) - \vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot X_{\text{rand}}(t) - X(t)| \quad (7)$$

其中,  $t$  是当前的迭代次数,  $X_{\text{rand}}(t)$  是从鲸鱼种群中随机抉择的鲸鱼位置,  $X(t)$  为  $t$  次迭代的鲸鱼位置。  $\vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot X_{\text{rand}}(t) - X(t)|$  为包围的步长。

综上所述,原始的 WOA 算法步骤如图 2 所示。

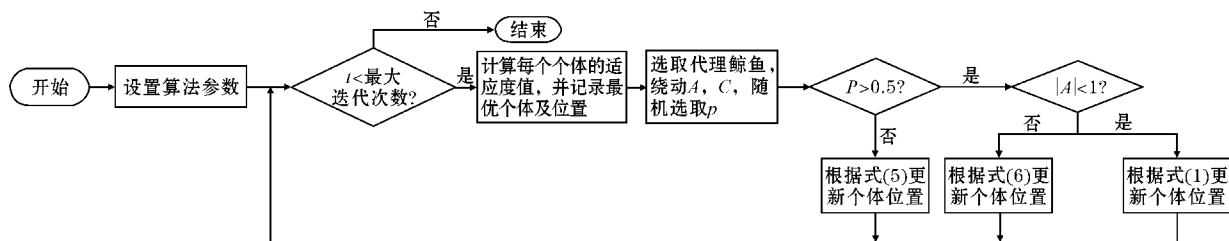


图 2 基本 WOA 算法流程图

## 2 改进鲸鱼优化算法

基本的鲸鱼优化算法提出以来,因其原理简单、可操作性强等特点已被广泛应用,但它仍然具有精度低、难以达到全局最优、收敛速度慢、容易陷入早熟的弊端。鉴于这些缺点,将从更新种群初始化、位置更新策略并防止陷入局部最优这 3 个方面对鲸鱼优化算法 (WOA) 进行改进。

### 2.1 收敛因子 $a$ 的非线性变化

在 WOA 标准算法中,收敛因子  $a$  的变化会影响算法的开发能力,当  $a$  较大时,有较好的全局搜寻能力;  $a$  较小时,具有较强的局部搜查能力。在 WOA 算

法中,随着迭代时间的增加,  $a$  从 2 线性降低到 0,  $a$  的线性变化有利于在早期进行强大的局部搜索,但在后期收敛速度会加快,并且很容易陷入局部理想解。

为提高算法的搜索能力与开发能力,需要在搜索的早期阶段使收敛因子  $a$  以较小的值随迭代次数增加而递增,当增大到一个较大值后,再迅速递减到一个较小值,最后以较慢的速度再递增。以下给出了一种非线性变化策略,其更新的公式如下

$$a = 1.5 - 1.5 \times \cos\left(\frac{2t}{t_{\max}}\right) \quad (8)$$

其中:  $t$  表示当前迭代次数;  $t_{\max}$  表示最大迭代次数。

### 2.2 正态变异算子更新最优位置

原 WOA 算法的弊端之一是容易陷入理想的部分

状态。因此引入正态变异算子对鲸鱼个体进行个体变异操作,当群体精英个体的位置为局部最优位置时,WOA 将陷入局部最优的状态。正态分布具有良好的搅扰和搜寻能力,因此进行正态变异计算,正态变异算子将对精英个体进行适当干扰,使其重新游向新的位置,以防止算法陷入部分最优解。从而第  $i$  只鲸鱼第  $j$  维的正态变异计算公式<sup>[12]</sup>为

$$\bar{X}_i^j = X_i^j + N(0,1) \cdot X_i^j \quad (9)$$

其中,  $N(0,1)$  表示均值为 0, 方差为 1 的标准正态分布;  $\bar{X}_i^j$  表示当前搜索空间第  $j$  维上鲸鱼位置的最优搜索代理。

### 2.3 螺旋位置改进

在改进的 WOA 算法中,仅依靠正态变异算子来更新最优位置是不够的,该算法很难从局部理想解到理想解位置,跳出本地搜索能力和干扰预防,吴泽忠等<sup>[12]</sup>提出了一种基于正弦函数螺旋更新位置的方案,在原算法的收缩包围机制上,进行螺旋改进,改进后的螺旋公式<sup>[12]</sup>为

$$X_i^j(t) = \vec{D}' \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X_i^j(t) + \sin(X_i^j(t)) \quad (10)$$

其中,  $\vec{D}'$  体现第  $i$  只鲸鱼到当前最优个体的直线间距。  $X_i^j(t)$  表示第  $i$  只鲸鱼在第  $j$  维空间时的最优位置。

### 2.4 Lévy 飞行的最佳解寻找

在蜻蜓算法中,为提高人工蜻蜓的随机性、随机行为和探索能力,要求它们在搜索空间中执行随机游走而没有相邻的解。Lévy flight 的特征是实体同时移动,并且小步数很大,大步数少,保持一定的本地搜索和全局搜索。

鲸鱼优化算法对低维空间的优化有很好的效果,然而对高阶单元的优化仍是个难题,而且在后面的重复周期很容易陷入优化位置。因此引入蜻蜓算法中的 Lévy flight 策略来提高 WOA 算法的整体搜索能力,并对其进行改良提出一种基于 Lévy flight 的鲸鱼优化算法(LMWOA)。

Lévy 飞行轨迹机制有利于扩大算法的种群多样性,更好地平衡算法的局部搜索及全局搜索的能力。鲸鱼完成了之前所有的位置更新后,它将执行另一次 Lévy 飞行来更新自身的位置,此位置更新机制<sup>[13]</sup>表述如下

$$X_{t+1} = X_t + \text{Levy}(d) \times X_t \quad (11)$$

其中,  $t$  为当前迭代,  $d$  是位置向量的维数。

关于 Levy 的公式计算如下

$$\text{Levy}(x) = 0.01 \times \frac{r_1 \times \sigma}{|r_2|^{\frac{1}{\beta}}} \quad (12)$$

其中,  $r_1, r_2$  是取值为区间  $(-1,1)$  中的一个随机数。  $\beta$  为常数。其中,参数  $\beta$  的取值范围为  $0 < \beta < 2$ , 一般  $\beta = 1.5$ , 故在这里取  $\beta = 1.5$ 。  $\sigma$  的计算公式为

$$\sigma = \left\{ \frac{\Gamma(1+\beta) \sin\left(\frac{\pi\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \beta 2^{\left(\frac{n-1}{2}\right)}} \right\} \quad (13)$$

### 2.5 算法步骤

改进后的 LMWOA 算法步骤如下:

Begin

设置算法参数;

随机定义初始化鲸鱼种群个体的位置  $X(t)$ ; 计算每个鲸鱼个体位置的适度值, 记录最优个体适度值和位置;

while ( $t < t_{\max}$ ) do

for  $i = 1$  to  $N$  do

根据公式(2) (3) (8)更新  $a, A, c$  的值;

if ( $p < 0.5$ ) do

if ( $|A| < 1$ ) do

根据公式(1)更新个体位置;

else if ( $|A| \geq 1$ ) do

根据(9)更新鲸鱼位置;

end if

else if ( $p \geq 0.5$ ) do

根据公式(10)更新个体位置;

end if

end for

根据 Lévy 飞行公式(11)更新自身的位置;

更新种群个体的最优位置与适度值;

$t = t + 1$ ;

end while

end

## 3 数值实验和结果分析

### 3.1 测试标准函数及测试函数设置

为测试改进 LMWOA 算法的有效性,将 LMWOA 算法与粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)<sup>[6]</sup>, 灰狼优化算法 (grey wolf optimization algorithm, GWO)<sup>[15]</sup>, 以及鲸鱼优化算法<sup>[5]</sup> 进行比较,并测试了 7 个单峰函数, 6 个多峰函数和 10 个固定维函数,从文献[20] 导出共 23 个函数。具体函数表达式及搜索区间等见表 1, 其中函数最小值  $f_{\min}$  为理论值的最优解。为增加可信度,算法 PSO、GWO、WOA 的数据来自于文献[5]、[16] 且 3 种算法采用相同的实验参数,即种群规模  $N = 30$ , 最大迭代次数均为  $t_{\max} = 500$ , 常数  $b = 1$ ,  $a_{\max} = 2$ ,  $a_{\min} = 1$ ,  $a = 1$ , 其中,对函数 F1 ~ F11 设置维数  $d = 30$ 。对每个测试函数在上述设置下均独立运行 30 次并计算 ave、std。数值实验在 Intel (R) Core (TM) i51035G1, 64 位, CPU: @ 1000 MHz、1.3 GHz、4G 内存的主频机上运行,程序采用 MATLAB 7.0 (R2012b) 语言实现。

表 1 23 个多维标准测试函数

函数	搜索区间	最优解
Sphere: $F_1(x)=\sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100,100]$	0
Schewefel 2.22: $F_2(x)=\sum_{i=1}^n  x_i +\prod_{i=1}^n  x_i $	$[-10,10]$	0
Schewefel 1.2: $F_3(x)=\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i x_j)^2$	$[-100,100]$	0
Schewefel 2.21: $F_4(x)=\max_i \{  x_i , 1 \leq i \leq n \}$	$[-100,100]$	0
Rosenbrock: $F_5(x)=\sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(x_i-1)^2]$	$[-30,30]$	0
Step: $F_6(x)=\sum_{i=1}^n (\lfloor x_i+0.5 \rfloor)^2$	$[-100,100]$	0
Noise: $F_7(x)=\sum_{i=1}^n ix_i^4+random[0,1)$	$[-1.28,1.28]$	0
Cigar: $F_8(x)=x_1^2+10^6\sum_{i=2}^n x_i^6$	$[-100,100]$	0
Tablet: $F_9(x)=10^6 \cdot x_1^2+\sum_{i=2}^n x_i^6$	$[-1,1]$	0
Pixon & Price: $F_{10}(x)=(x_1-1)^2+\sum_{i=2}^n i(2x_i^2-x_{i-1})^2$	$[-10,10]$	0
Elliptic: $F_{11}(x)=\sum_{i=2}^n (10^6)^{(i-1)/(n-1)} \cdot x_i^2$	$[-100,100]$	0
Sum squares: $F_{12}(x)=\sum_{i=2}^n ix_i^2$	$[-10,10]$	0
Zakharov: $F_{13}(x)=\sum_{i=1}^n x_i^2+(\sum_{i=1}^n 0.5ix_i)^2+(\sum_{i=1}^n 0.5ix_i)^4$	$[-5,10]$	0
Schewefel 2.26: $F_{14}(x)=\sum_{i=1}^n -x_i\sin(\sqrt{ x_i })$	$[-500,500]$	-418.9829n
Rastrigin: $F_{15}(x)=\sum_{i=1}^n [x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10]$	$[-5.12,5.12]$	0
Ackley: $F_{16}(x)=-20\exp(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2})-\exp(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i))+20+e$	$[-32,32]$	0
Griewank: $F_{17}(x)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^n x_i^2-\prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})+1$	$[-600,600]$	0
Penalized 1: $F_{18}(x)=\frac{\pi}{n} \{ 10\sin(\pi y_1)+\sum_{i=1}^{n-1} (y_i-1)^2 \times [1+10\sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_n-1)^2 \} + \sum_{i=1}^n u(x_i,10,100,4), y_i=1+\frac{x_i+1}{4}$ $u(x_i,a,k,m)=\begin{cases} k(x_i-a)^m & x_i>a \\ 0 & -a<x_i<a \\ k(-x_i-a)^m & x_i<-a \end{cases}$	$[-50,50]$	0
Penalized 2: $F_{19}(x)=0.1 \{ \sin^2(3\pi x_1)+\sum_{i=1}^n (x_i-1)^2 \times [1+\sin^2(3\pi x_i+1)] + (x_n-1)^2 \times [1+\sin^2(2\pi x_n)] \} + \sum_{i=1}^n u(x_i,5,100,4)$	$[-50,50]$	0
Weierstrass's: $F_{20}(x)=\sum_{i=1}^n [\sum_{k=0}^{k_{\max}} a^k \cos(2\pi b^k \times (x_i+0.5))] - n \sum_{k=0}^{k_{\max}} a^k \cos(\pi b^k) \quad k_{\max}=10, a=0.5, b=3$	$[-50,50]$	0
Alpine: $F_{21}(x)=\sum_{i=1}^n  x_i \sin(x_i)+0.1x_i $	$[-10,10]$	0
Generalizedschaff: $F_{22}(x)=0.5+((\sin(\sum_{i=1}^n x_i^2))^2-0.5) \times (1+0.001(\sum_{i=1}^n x_i^2))^{-2}$	$[-100,100]$	0
Himmelblau: $F_{23}(x)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i^4-16x_i^2+5x_i)$	$[-5,5]$	-78.33236



3.2 测试函数实验结果与分析

3.2.1 4 种启发式算法在 30 维数的测试结果与结果分析

从实验数据(表 3)中可以看出,LMWOA 算法在 4 种算法中效果最好。在测试的 21 个函数中,有 15 个

结果是所有算法中得到最好的结果,且前 11 个多维函数中, $F1, F2, F3, F4, F8, F9, F10, F11$  等 8 个函数直接收敛到理论值 0。而后 10 个固定维数的函数测试,也非常接近理论值,其中, $F15, F16, F17, F19, F20, F22$  等 6 个函数的结果是所有算法中最优的。表 3 中加粗部分表示较好的结果。

表 3 4 种算法的寻优结果比较

函数	WOA		PSO		GWO		LMWOA	
	ave	std	ave	std	ave	std	ave	std
$F1$	1.41E-30	4.91E-30	0.000136	0.000202	6.59E-28	6.34E-05	<b>0</b>	<b>0</b>
$F2$	1.06E-21	2.39E-21	0.042144	0.045421	7.18E-17	0.029014	<b>0</b>	<b>0</b>
$F3$	5.39E-07	2.93E-06	70.12562	22.11924	3.29E-06	79.14958	<b>0</b>	<b>0</b>
$F4$	0.072581	0.39747	1.086481	0.317039	5.61E-07	1.315088	<b>0</b>	<b>0</b>
$F5$	27.86558	<b>0.763626</b>	96.71832	60.11559	<b>26.81258</b>	69.90499	27.2954078	1.0788964
$F6$	3.116266	0.532429	<b>0.000102</b>	8.2E-05	0.816579	<b>0.000126</b>	2.41189580	0.5926265
$F7$	<b>0.001425</b>	<b>0.001149</b>	0.122854	0.044957	0.002213	0.100286	0.00388206	0.0036489
$F8$	-5080.76	695.7968	-4841.29	1152.814	-6123.1	<b>-4087.44</b>	<b>-1.426E176</b>	0.4285585
$F9$	<b>0</b>	<b>0</b>	46.70423	11.62938	0.310521	47.35612	<b>0</b>	<b>0</b>
$F10$	7.4043	9.897572	0.276015	0.50901	1.06E-13	0.077835	<b>1.0066E-15</b>	<b>6.486E-16</b>
$F11$	0.000289	0.001586	0.009215	0.007724	0.004485	0.006659	<b>0</b>	<b>0</b>
$F12$	0.339676	0.214864	<b>0.006917</b>	0.026301	0.053438	<b>0.020734</b>	0.17694764	0.1099397
$F13$	1.889015	0.266088	<b>0.006675</b>	0.008907	0.654464	<b>0.004474</b>	2.86492780	0.3637304
$F14$	<b>2.111973</b>	<b>2.498594</b>	3.627168	2.560828	4.042493	4.252799	7.21113421	4.9742074
$F15$	0.000572	0.000324	0.000577	<b>0.000222</b>	0.000337	0.000625	<b>9.54177E-4</b>	0.0014979
$F16$	-1.03163	4.2E-07	-1.03163	<b>6.25E-16</b>	-1.03163	-1.03163	<b>-1.03162845</b>	2.394E-11
$F17$	0.397914	2.7E-05	0.397887	<b>0</b>	0.397887	0.397887	<b>0.39787735</b>	7.003E-12
$F18$	<b>3</b>	4.22E-15	<b>3</b>	<b>1.33E-15</b>	3.000028	3	9.30036002	11.614741
$F19$	-3.85616	0.002706	-3.86278	2.58E-15	-3.86278	<b>-3.86278</b>	<b>-3.8627817</b>	2.3821E-6
$F20$	-2.98105	0.376653	-3.26634	0.060516	-3.27654	<b>-3.25056</b>	<b>-3.2783954</b>	0.0582807
$F21$	-7.04918	3.629551	-6.8651	3.019644	<b>-10.1514</b>	<b>-9.14015</b>	-9.33310646	2.3024488
$F22$	-8.18178	3.829202	-8.45653	3.087094	-10.4015	<b>-8.58441</b>	<b>-10.4485870</b>	1.3485262
$F23$	-9.34238	2.414737	-9.95291	<b>1.782786</b>	<b>-10.5343</b>	-8.55899	-9.21926306	3.0098029

选择 WOA、PSO、GWO 这 3 种算法作为参考对象,画出 22 个函数的收敛曲线变化图像(见图 3),可以看出, $F1, F2, F3, F4, F8, F9, F10, F11, F15, F16, F17, F19, F20, F22$  等函数体现了 LMWOA 算法具有良好的收敛速度与收敛精度, $F6, F12, F13$  这 3 种函数虽然前期收敛速度优于其他 3 种算法,但在后期慢于其它 3 种算法,这值得改进。从表 2 和图 3,可以看到改进的 LMWOA 算法具有较好的全局搜索和局部搜索能力及较快的收敛速度。

3.2.2 3 种改进鲸鱼优化算法在 30 维数的测试结果与结果分析

表 4 是将改进的 LMWOA 算法与其他两种改进算法的结果比较,由表 3 的结果可知,3 种算法在 30 维数的测试中,在低维函数  $F1 \sim F13$  的函数测试中,除

$F5, F6$  外,LMWOA 算法与 WOAWC 算法 30 次测试得到的各个指标均比 IWOA 算法更优,说明 WOAWC 与 LMWOA 相对于 WOA 算法在低维函数中,能在收敛中有更好全局与局部搜索能力。并且在最优值为 0 的测试函数中,IWOA 算法仅在  $F9$  这个函数收敛到理论最优值 0,LMWOA 算法在  $F1, F2, F3, F4, F9, F11$  这 6 个函数收敛到理论最优值 0。

对于 LMWOA、WOAWC 这两种改进算法而言,LMWOA 有着更好的收敛速度,从表中的数据可以得到在  $F2, F4, F5, F8, F15, F16, F17, F19, F20, F21, F22, F23$  的平均值有着较大的优势,表明 LMWOA 算法在高维函数的收敛最优值优于 WOAWC 这种算法。

综上所述,在 30 维的测试中,LMWOA 算法与 IWOA、WOAWC,两种算法进行对比,总体来说

WOAWC、LMWOA 算法在低维函数的测试中是优于 IWOA 这种改进算法的,WOAWC 与 LMWOA 相比较而言在  $F2, F4, F5, F8$  这 4 个低维度的函数测试种 LMWOA 是优于 WOAWC 函数的并在  $F2, F4, F5, F8$ ,  $F15, F16, F17, F19, F20, F21, F22, F23$  这些高维度函数种是优于 WOAWC 的。但是对于  $F5, F6, F9, F11, F13, F14, F18$  这些函数的收敛速度仍需要提高。

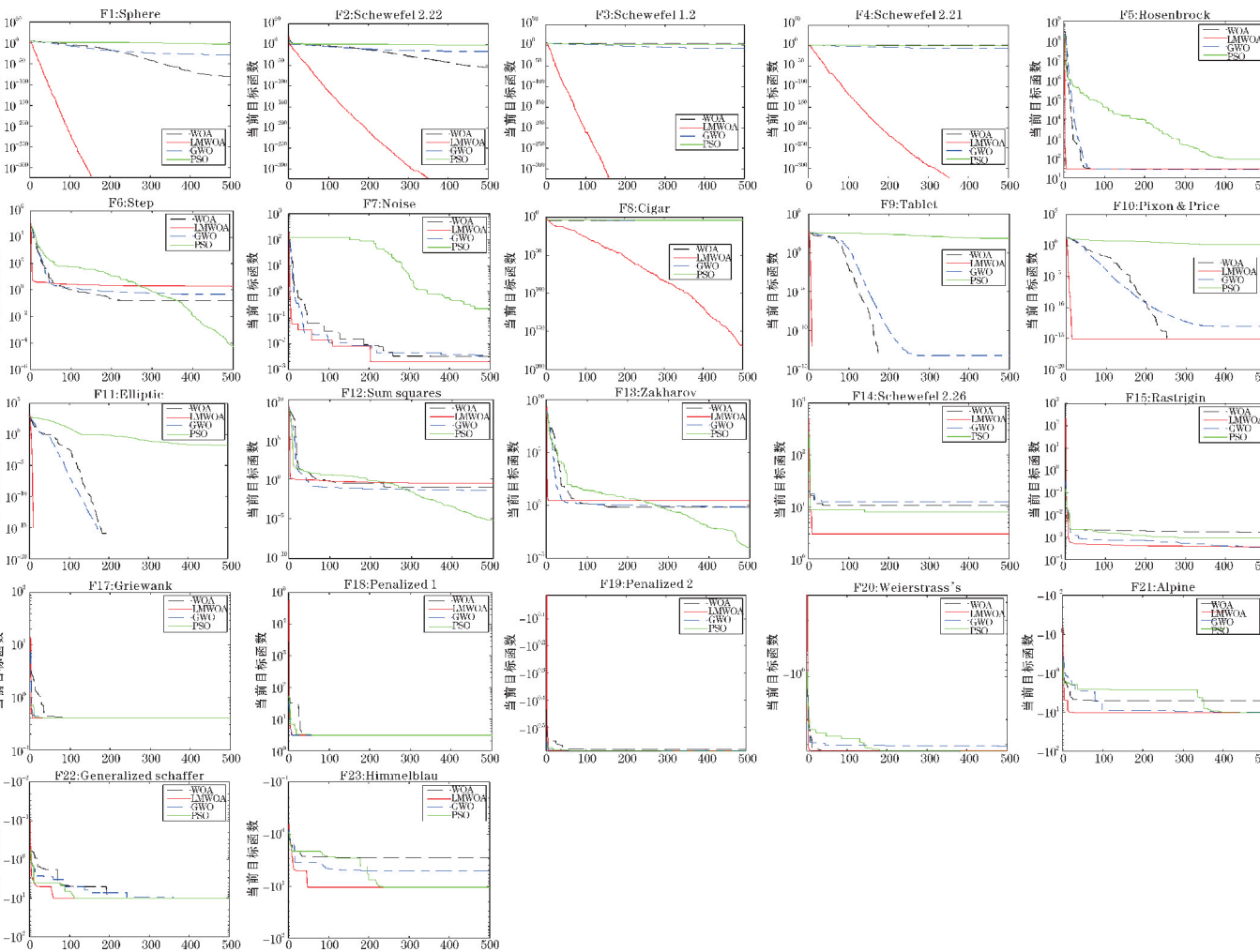


图3 算法 LMWOA 与 WOA,PSO、GWO 的寻优迭代曲线

表4 LMWOA 算法与其他算法的结果比较

函数	IWOA		WOAWC		LMWOA	
	平均最优值	标准差	平均最优值	标准差	平均最优值	标准差
$F1$	6.54E-125	6.80E- 12	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F2$	2.15E-073	3.64E-73	3.32E-178	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F3$	1.56E-023	1.81E-23	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F4$	7.06E-07	2.18E-06	1.19E-180	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F5$	<b>27. 27950</b>	0.215438	28.5858	<b>0.11</b>	27.2954078	1.0788964
$F6$	0	0	0.1135	0.038	2.41189580	0.5926265
$F7$	2.42E-04	4.41E-04	<b>0.00013</b>	<b>0.0001</b>	0.00388206	0.0036489
$F8$	-11423.3746	112.6361	-10557.39	2247.94	<b>-1.426E176</b>	<b>0.4285585</b>
$F9$	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F10$	3.02E-015	1.95E-15	<b>8.88E-16</b>	<b>0</b>	1.0066E-15	6.486E-16
$F11$	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
$F12$	0.4087646	0.011997	<b>0.0062</b>	<b>0.0024</b>	0.17694764	0.1099397
$F13$	0.466442	0.248928	<b>0.1386</b>	<b>0.0647</b>	2.86492780	0.3637304

续表 4

函数	IWOA		WOAWC		LMWOA	
	平均最优值	标准差	平均最优值	标准差	平均最优值	标准差
F14	—	—	<b>1. 6897</b>	<b>1. 5213</b>	7. 21113421	4. 9742074
F15	—	—	0. 0005	<b>0. 00017</b>	<b>9. 54177E-4</b>	0. 0014979
F16	—	—	-1. 0316	3. 26E-8	<b>-1. 03162845</b>	<b>2. 394E-11</b>
F17	—	—	N/A	N/A	<b>0. 39787735</b>	<b>7. 003E-12</b>
F18	—	—	<b>3. 0000002</b>	<b>6. 04E-06</b>	9. 30036002	11. 614741
F19	—	—	3. 84619	0. 02744	<b>-3. 8627817</b>	<b>2. 3821E-6</b>
F20	—	—	N/A	N/A	<b>-3. 2783954</b>	<b>0. 0582807</b>
F21	—	—	-3. 24149	<b>0. 09709</b>	<b>-9. 33310646</b>	2. 3024488
F22	—	—	-8. 55183	2. 4016	<b>-10. 4485870</b>	<b>1. 3485262</b>
F23	—	—	-8. 38076	<b>2. 5603</b>	<b>-9. 21926306</b>	3. 0098029

4 结束语

提出的原始鲸鱼优化算法有种群选择不统一、收敛速度慢、收敛精度低的缺点。希望基于 WOA 算法的简单原理和强大的可操作性,使该算法精度高,速度快。因此,采用收敛因子  $a$  的非线性变化策略来改进和提升算法的全局和局部搜索。对于算法的全局搜索方案,使用基于正弦函数的螺旋更新位置和非线性改进策略来改进算法,提高全局搜寻能力。采用 Lévy 飞行策略来改进迭代后期的整体搜索能力,从而使算法尽可能收敛到最佳点,然后选择 7 个单峰函数、6 个多峰函数和 10 个定维函数,总共用 23 个国际测试函数测试改进算法的有效性和可行性。从测试结果来看,改进后的算法在大多数测试功能上均优于 WOA 和某些改进算法,并且具有一定的稳定性,但从结果数据来看,该功能的收敛性有待提高。因此,可以考虑结合其他启发式算法的优点形成混合算法,并且利用其他算法的改进方案共同作用于鲸鱼优化算法,以得到更好的效果。

参考文献:

[1] KirkpatrickS,C D Gelatt,M P Vecchi. Optimization by Simulated Annealing[J]. Science,1982,220.

[2] Booker LB,Goldberg D E,Holland J H. Classifier systems and genetic algorithms[J]. Artificial Intelligence,1989,40(1-3):235-282.

[3] Glover F. Tabu Search—Part I[J]. Orsa J on Computing,1989,1(1):89-98.

[4] Haykin S. Neural Networks: A Comprehensive Foundation[J]. Neural Networks A Comprehensive

Foundation,1994:71-80.

[5] Mirjalili S,Lewis A. The Whale Optimization Algorithm [J]. Advances in Engineering Software, 2016,95:51-67.

[6] Kennedy J,Eberhart R. Particle swarm optimization [J]. Proc. of 1995 IEEE Int. Conf. Neural Networks, (Perth,Australia),2011,4(8):1942-1948.

[7] Karaboga D,Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm [J]. 2007,39(3):459-471.

[8] Stutzle,Macro Dorigo,Thomas. Ant Colony Optimization[M]. Bradford Company,2004.

[9] 龙文,蔡绍洪,焦建军,等. 求解大规模优化问题的改进鲸鱼优化算法[J]. 系统工程理论与实践,2017,37(11):2983-2994.

[10] 钟明辉,龙文. 一种随机调整控制参数的鲸鱼优化算法[J]. 科学技术与工程,2017(12):73-78.

[11] 孙希延,范灼,纪元法. 基于混合鲸鱼优化算法的鲁棒多用户检测[J]. 科学技术与工程,2019,19(13):114-119.

[12] 吴泽忠,宋菲. 基于改进螺旋更新位置模型的鲸鱼优化算法[J]. 系统工程理论与实践,2018,38(1):1-10.

[13] Watkins W A,Schevill W E. Aerial Observation of Feeding Behavior in Four Baleen Whales: Eubalaena glacialis, Balaenoptera borealis, Megaptera novaeangliae, and Balaenoptera physalus[J]. Journal of Mammalogy,1979,60(1):155-163.

[14] Goldbogen J A,Friedlaender A S,Calambokidis J,et al. Integrative Approaches to the Study of Baleen Whale Diving Behavior,Feeding Perform-

- ance, and Foraging Ecology [ J ]. Bioscience, 2013, 63(2) :90–100.
- [15] Mirjalili Seyedali, Mirjalili Seyed Mohammad, Lewis Andrew. Grey Wolf Optimizer [ J ]. Advances in Engineering Software, 2014, 69:46–61.
- [16] 郭振洲,王平,马云峰,等. 基于自适应权重和柯西变异的鲸鱼优化算法[ J ]. 微电子学与计算, 2017, 34(9) :20–25.
- [17] Haupt R L, Haupt S E. The Continuous Genetic Algorithm[ M ]. Practical Genetic Algorithms, Second Edition. 2004.
- [18] Rudolph G. Local convergence rates of simple evolutionary algorithms with Cauchy mutations[ J ]. Evolutionary Computation IEEE Transactions on, 1998(4) :249–258.
- [19] Yongjun Sun, Xilu Wang, Yahuan Chen, et al. A modified whale optimization algorithm for large-scale global optimization problems [ J ]. Expert Systems With Applications, 2018, 114 ( DEC ) : 563–577.
- [20] Van Elteren P. On the combination of independent two-sample test of Wilcoxon [ J ]. Chemosphere, 1960, 37(3) :81–87.

## An Improved Whale Algorithm based on Lévy Flight

HUANG Yan, WU Zezhong

( College of Applied Mathematics , Chengdu University of Information Technology , Chengdu 610225, China )

**Abstract:** In order to improve the convergence speed and convergence accuracy of whale optimization algorithm, the normal variation scheme is used to solve the following problems: the initial position of whale population is not uniform, it is easy to fall into local search later, and the convergence accuracy is slow. The sinusoidal updating strategy and the non-linear improving strategy are used to improve the global searching capability. Finally, Lévy navigation strategy is used to enhance the global search ability in the late iteration to make the algorithm converge to the optimal solution. In addition, 23 test functions are selected to study the convergence speed and accuracy of the algorithm. Experimental results show that LMWOA algorithm is superior to the original algorithm and the comparison algorithm selected in this paper in convergence accuracy, and LMWOA algorithm has significant improvement results.

**Keywords:** applied mathematics; optimization algorithm; whale optimization algorithm; normal mutation operator; lévy flight