

文章编号: 2096-1618(2021)03-0247-06

# 改进的菱形解相位法在相位展开中的应用

蒋 含<sup>1</sup>, 许源平<sup>1</sup>, 张朝龙<sup>2,3</sup>, 许志杰<sup>2</sup>, 周治宇<sup>3</sup>, 黄 健<sup>1</sup>, 卢 军<sup>1</sup>

(1. 成都信息工程大学软件工程学院, 四川 成都 610225; 2. 英国哈德斯菲尔德大学计算与工程学院, 西约克郡哈德斯菲尔德 HD1 3DH; 3. 成都川哈工机器人及智能装备产业技术研究院有限公司, 四川 成都 610045)

**摘要:**为解决菱形解相位法在展开复杂相位场时容易出现拉线或孤岛的问题,提出了菱形解相位法的改进算法。该算法首先结合 Goldstein 枝切法找出包裹相位分布中的残差点,并将包裹相位图分为残差点区域和非残差点区域,然后对非残差点区域采用传统菱形解相位法进行展开,最后依据相位的连续性原则,利用最小二乘法拟合残差点区域的相位,获取实际相位的最佳逼近值,从而获得真实且可靠的相位展开结果。仿真结果表明:改进后的菱形解相位法可以有效展开复杂相位场,使拉线与孤岛现象减少了约 70%。

**关键词:**相位展开;枝切法;菱形解相位法;拉线;孤岛

**中图分类号:**TP39

**文献标志码:**A

**doi:**10.16836/j.cnki.jcuit.2021.03.001

## 0 引言

主动式三维轮廓测量技术是集计算机、光、电于一体的智能化视觉技术。在工业检测领域,通过对物体进行三维轮廓重建,可实现对工业产品的实时尺寸测量及智能缺陷检测,相比传统的人工接触式检测,大大提升了工业的生产效率<sup>[1-2]</sup>;在医学方面,该技术主要应用于人体口腔牙颌的扫描与重建,可实现对牙颌三维数据的智能精密测量,便于医生进行三维立体观察与分析;在文物数字化领域,通过结合三维轮廓测量技术以及虚拟现实技术,建立起三维模型,实现数字化藏品的现场展示。在主动式三维轮廓测量技术中,主要包括激光扫描法<sup>[3-6]</sup>、傅里叶变换轮廓术、相位测量轮廓术、彩色编码条纹投影法<sup>[7-8]</sup>等,其中 PMP 相位测量轮廓术的应用最为广泛。在相位测量轮廓术中,会利用到反正切函数求取主值相位,而反正切函数是三角函数的一种,三角函数本身的周期性性质使其得到的相位值被包裹在 $(0, 2\pi)$ 或 $(-\pi, \pi)$ 之间。为了得到连续的物体表面形貌,必须从包裹相位中恢复出连续的实际相位值,因此相位展开是相位测量轮廓术中的一个关键步骤。

目前相位展开算法可分为两大类,分别是时间相位展开和空间相位展开<sup>[9]</sup>。时间相位展开算法能够完成各种复杂表面物体的相位展开,但该算法需按照时间投射频率不一样的光栅,而且要采集多幅光栅图像并处理,计算过程比较复杂,效率较低,不能满足工业生产中实时性需求。空间相位展开法仅需一幅相对相位图便可恢复出连续的真实相位分布值<sup>[10]</sup>,因此,

空间相位展开算法更能满足实际应用中对实时性的需求。常用的空间相位展开法包括 Goldstein 枝切法<sup>[11]</sup>、菱形解相位算法、质量图引导法<sup>[12]</sup>等。这些算法各有优劣,其中菱形解相位法因其展开速度快、效率高的特点,使得该算法有比较广泛的应用。Henri 等在 1991 年提出菱形解相位法,每个像素点按照上左下右的顺序作为相位展开路径,早期的菱形展开算法虽然简单高效,但解相位的结果不理想,近年来,不断有学者对算法进行了改进。2010 年 Arevalillo 等<sup>[13-14]</sup>将多种空间相位展开法相融合,融合算法通过对解相位路径进行跟踪,解相位的结果有了明显改善,但是算法较为复杂,效率较低。2011 年王文博等<sup>[15]</sup>改进了菱形解相位法,降低了相位图边界和无效点对解相位结果的影响,但改进后算法仅适用于面型较为简单的物体。2014 年廖薇等<sup>[16]</sup>研究了常用的空间相位展开算法,结果表明菱形算法的效率最高,但是容易出现误差累计形成拉线或孤岛现象。在 2018 年李幸<sup>[17]</sup>提出了并行解相位算法,该算法对准确性以及效率两方面进行改进与优化,但改进算法对硬件有较高的要求,设备价格过于昂贵难以普及。

综上所述,当前菱形相位展开算法存在的不足有:(1)对于面型较为复杂的物体,相位展开后的精度较低,容易形成拉线或孤岛现象;(2)难以同时兼顾算法的准确性与效率;(3)在较高的硬件配置下,虽能保证算法的效率与精度,但成本较高,难以普及应用。针对以上问题,本文对菱形解相位法进行改进,改进后的算法结合 Goldstein 枝切法找出包裹相位分布中的残差点,并将包裹相位图分为残差点区域和非残差点区域,对非残差点区域采用菱形解相位法进行展开,对于少数的残差点区域,采用最小二乘法进行拟合,从而保证

收稿日期:2020-07-09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61203172);四川省科技厅资助项目(2018JY0146、2019YFH0187、2019104)

每个像素点的相位都能顺利展开, 实现在相对低廉的硬件配置下, 保证算法的运行效率, 并有效减少了复杂面型在相位展开中出现的孤岛和拉线现象。

## 1 相位测量轮廓术

### 1.1 基本步骤

PMP 相位测量轮廓术的原理是将经过正弦调制的光栅条纹分别投射在水平参考面与在待测物体表面。由于水平参考面与待测物体表面高度的变化, 使得每个像素点的光栅条纹相位发生了不同程度的偏移, 偏移的相位值中蕴含着物体的高度信息<sup>[18]</sup>, 因此, 可将相位测量轮廓术的测量过程总结为以下 4 个步骤: (1) 分别对水平参考面的原始光栅图像以及放有待测物体的变形光栅图像进行采集; (2) 通过相位提取的方法分别从原始光栅图像以及变形光栅图像中获取包裹相位信息; (3) 相位信息被包裹在区间内, 为了得到连续的真值相位值, 需要对包裹相位进行展开; (4) 计算每个像素点在两种状态下的相位差, 结合系统标定的结构参数求得物体的高度信息, 实现对被测物体的三维轮廓测量。图 1 以测量半球体为例, 演示相位测量轮廓术的测量流程。

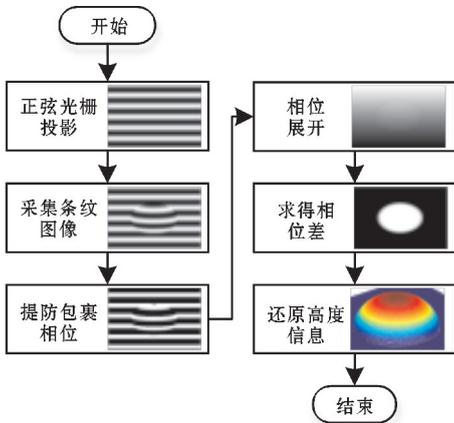


图1 相位测量轮廓术流程图

### 1.2 提取包裹相位

相位测量轮廓术通常采用四步相移法从光栅条纹中提取相位场。通过 DLP 数字投影仪实现光栅从 0 按  $\pi/2$  步长的相位移精确地移动, 使用工业相机拍摄得到 4 幅光栅条纹图像, 变形条纹图可以表示为

$$I_1(m, n) = I_0(m, n) + r(m, n) \cos[\varphi(m, n)]$$

$$I_2(m, n) = I_0(m, n) + r(m, n) \cos[\varphi(m, n) + \pi/2]$$

$$I_3(m, n) = I_0(m, n) + r(m, n) \cos[\varphi(m, n) + \pi]$$

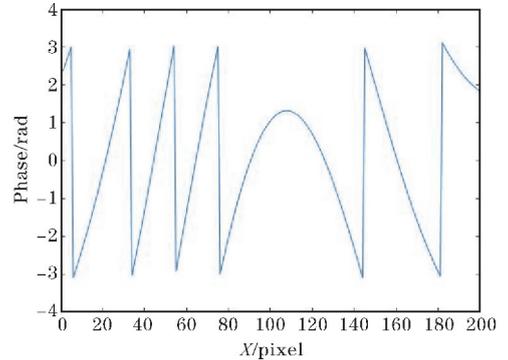
$$I_4(m, n) = I_0(m, n) + r(m, n) \cos[\varphi(m, n) + 3\pi/2]$$

其中,  $I_1 \sim I_4$  表示这 4 幅相移图上  $(m, n)$  点的灰度值,  $I_0(m, n)$  为条纹背景图值,  $r(m, n)$  为调制强调函数, 由

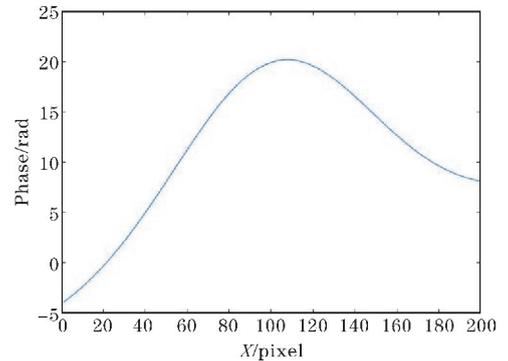
上式进行相关运算可得包裹相位值:

$$\varphi(m, n) = \arctan\left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}\right)$$

利用上式计算得到的相位值被包裹在  $(-\pi, \pi)$  的区间内, 该值不是真实相位值, 不能用于还原被测物体的高度。为得到连续的真实相位值, 需要对包裹相位进行展开, 这也是相位测量轮廓术中最重要的一步, 相位的展开结果也将直接影响三维测量结果。为了更好地理解包裹相位与展开相位的区别, 图 2 为两种相位的对比示意图。



(a) 包裹相位分布图



(b) 展开相位分布图

图2 两种相位对比图

## 2 菱形解相位法

Itoh 提出了基本的一维空间相位展开方法。其基本思想为: 当包裹相位图中相邻的两个像素点没有发生不连续跳跃(相邻像素点的包裹相位跳变在  $2\pi$  范围内), 可以通过加或减  $2\pi$  实现消除相位跳变, 从而正确展开相位。但在实际环境测量中, 由于噪声、欠采样以及被测物体高度跳变的影响, 局部条纹不满足采样定理, 基本空间相位展开算法不能正确展开相位。因此, 有学者提出了基于路径跟踪的菱形解相位法, 其基本思路是首先选取截断相位图中一个像素点(该点应避免噪声点和无效点), 将其作为整个解包裹的起始点, 然后以起始点为中心, 按照上左下右的顺序依次对这 4 个点进行加减  $2\pi$ , 完成第一个菱形展开路径; 然后将解完相位的四邻域像素点作为新的起始点, 以

各自为中心进行新一轮的解相位过程,直到不再产生新的起始点为止,即代表所有的像素点都完成了解相位过程。该算法的详细流程如图 3 所示。

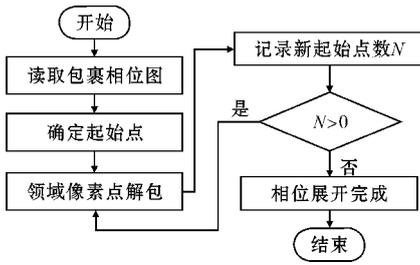


图 3 菱形解相位法流程图

### 2.1 展开方式

在整个解相位过程中,起始点的选择尤为重要,应避免噪声点和无效点,且在其四邻域像素点也均为有效数据。图 4 中,A 点是符合条件的起始点,以 A 点为中心,按照上左下右的顺序依次展开 BCDE 4 个点,然后第二批展开起始点则为 BCDE,继续遍历向下展开。以 B 点为例,FGAH 是 B 点的四邻域点,由于 A 点已经展开,所以不再对 A 点进行遍历,依次展开 FGH 3 个相位点,且这 3 点作为第三批展开起始点,依次继续向下遍历并记录每次产生的新起始点数目,当不再产生新的起始点时,即代表相位展开完成。

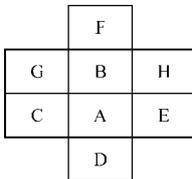


图 4 起始点分布示意图

### 2.2 解包原理

在包裹相位图中,相邻两点间存在着相位跳变和连续两种关系,为了具体确定其中的关系,设定一个阈值  $t$ ,相邻像素点的相位是连续还是跳跃关系可通过比较相邻像素点的相位差与阈值的大小来判定。若相邻像素点相位差的绝对值小于  $t$ ,则说明这两点是连续的;如果相位差的绝对值大于  $t$ ,说明待解包相位点与起始点不连续,两点存在相位跳变,此时分为两种情况讨论:当两点的相位差大于  $t$ ,则待解包点的相位值应该减去  $2\pi$ ,修正系数  $N$  也应减 1;如果相位差小于  $-t$ ,则待解包点的相位值应该加上  $2\pi$ ,修正系数  $N$  应加 1,具体的展开公式可以表示为

$$N(Q) = \begin{cases} N(P) - 1 & \varphi_w(Q) - \varphi_w(P) > t \\ N(P) & |\varphi_w(Q) - \varphi_w(P)| < t \\ N(P) + 1 & \varphi_w(Q) - \varphi_w(P) < -t \end{cases}$$

$$\varphi_u(Q) = \varphi_w(Q) + 2\pi \cdot N(Q)$$

其中,  $P, Q$  表示两相邻像素点,  $\varphi_u(Q)$  为  $Q$  点的展开相

位值,  $\varphi_w(Q)$  表示  $Q$  点的包裹相位值,  $N(Q)$  为正数。一般情况下,令起始点 A 的真实相位值等于包裹相位值,即  $N(A) = 0$ 。

## 3 改进的菱形解相位算法

在真实的测量环境中,由于噪声、欠采样以及被测物体高度跳变的影响,个别像素点被断开不再连续,按照传统菱形算法得不到正确的展开相位值,且容易出现拉线或孤岛现象。为保证在全场范围内每个像素点的相位都能顺利展开,本文在传统菱形解相位算法的基础上做出改进,总体算法流程如图 5 所示。

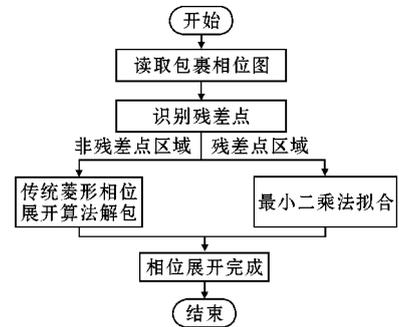


图 5 改进算法流程图

改进算法结合枝切法中残差点概念,将包裹相位图分为残差点区域和非残差点区域,用如图 6 所示的单元闭环来标识包裹相位图中的残差点,按图中箭头所指的方向进行差分,  $\Delta_s (s = 1, 2, 3, 4)$  表示相邻点之间的相位差,则:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \varphi(m, n+1) - \varphi(m, n) \\ \Delta_2 &= \varphi(m+1, n+1) - \varphi(m, n+1) \\ \Delta_3 &= \varphi(m+1, n) - \varphi(m+1, n+1) \\ \Delta_4 &= \varphi(m, n) - \varphi(m+1, n) \end{aligned}$$

若将上面 4 式相加,可得到:

$$R(m, n) = \sum_{k=1}^4 \Delta_k = [\varphi(m, n+1) - \varphi(m, n)] + [\varphi(m+1, n+1) - \varphi(m, n+1)] + [\varphi(m+1, n) - \varphi(m+1, n+1)] + [\varphi(m, n) - \varphi(m+1, n)]$$

式中,当  $R(i, j) = 0$  时,像素点  $(i, j)$  不是残差点;如果  $R(i, j) > 0$ ,则像素点  $(i, j)$  是正残差点,反之则为负残差点。由于改进后的算法不需要依据残差点的极性连接枝切线,仅需识别该像素点是否为残差点,故当  $R(i, j) \neq 0$  时,该点为残差点。

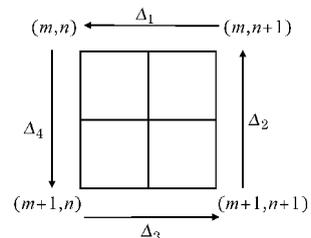


图 6 残差点识别

在将包裹相位图分为残差点和非残差点区域后,对非残差点区域采用基本菱形解相位法进行展开,最后根据相位的连续性原则,利用最小二乘法拟合残差点区域的相位。由于非残差点解包裹后的相位点分布为曲线,因此拟合曲线方程可表示为

$$y = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

用矩阵形式表示为:  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}_0 \mathbf{A}$ , 其中  $\mathbf{X}$  为非残差点相位展开后的位置坐标矩阵,  $\mathbf{Y}$  为非残差点相位展开后的相位值矩阵,  $\mathbf{A}$  为待求解项为系数向量。

$$\mathbf{X}_0 = \begin{bmatrix} x_1^n & x_1^{n-1} & \dots & x_1^2 & x_1 & 1 \\ x_2^n & x_2^{n-1} & \dots & x_2^2 & x_2 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_k^n & x_k^{n-1} & \dots & x_k^2 & x_k & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = [a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]^T$$

最小二乘法选取拟合曲线的原则是按偏差平方和最小的方式,即偏差平方和可表示为

$$R^2 \equiv \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1 x_i + \dots + a_k x_i^k)]^2$$

对上式进行求偏导后化简,并将等式表示成矩阵的形式,便得到了系数矩阵  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A} = (\mathbf{X}_0^T \mathbf{X}_0)^{-1} \mathbf{X}_0^T \mathbf{Y}$ , 其中  $\mathbf{X}$  与  $\mathbf{Y}$  均为已知数。

残差点区域经过最小二乘法拟合求得了最佳逼近值,经过以上步骤,残差点区域以及非残差点区域的像素点相位都能顺利展开。

## 4 仿真结果及分析

### 4.1 仿真硬件环境

为验证改进算法的有效性,通过仿真实验对改进前后算法的精度与效率进行对比,该实验采用 Matlab 实现,硬件环境如表 1 所示。

表 1 仿真硬件环境

设备	型号
处理器	InterCore i5, 2.3 GHz
内存	16 GB
显卡	GeForce GTX 650
固态硬盘	128 GB

### 4.2 仿真结果比较与分析

如图 7(a) 所示为模拟的具有复杂面型的被测物体,该物体通过 Matlab 提供的 peaks 函数生成,其对应的真实相位展开如图 7(b),为模拟现实数据的噪声干扰,在部分区域手动加入均值为 0.2, 方差为 0.3 的高斯噪音和大小为  $10 \times 10$  像素的无效区域,并对加入噪声的待处理相位进行缠绕处理,即解包裹的逆运算,其公式

为  $W\varphi = \arctan(\tan\varphi)$ ,  $\varphi$  为包裹相位分布,  $\varphi$  为实际相位分布,对图进行缠绕处理后的效果如图 8 所示。

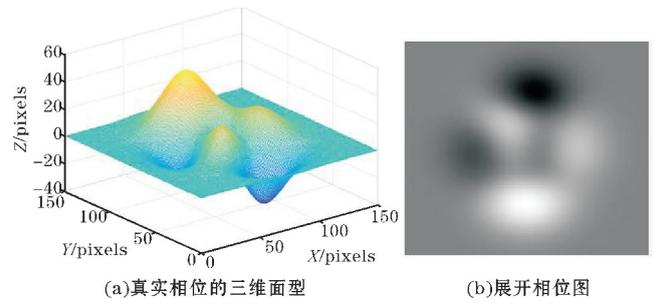


图 7 仿真物体相位展开

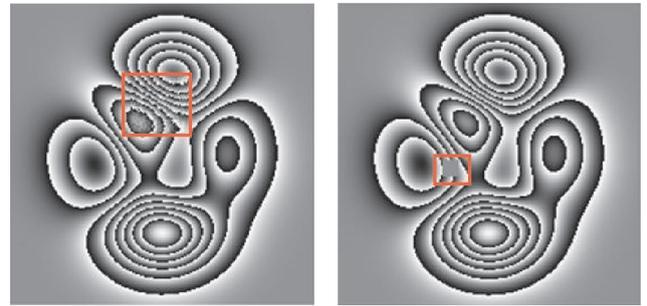


图 8 包裹相位图

改进后的菱形解相位法首先分别识别包裹相位图中的残差点,效果如图 9 所示,可以看出,残差点出现在添加了噪声的区域,且图 9(b) 的残差点比图 9(a) 的残差点更为密集。

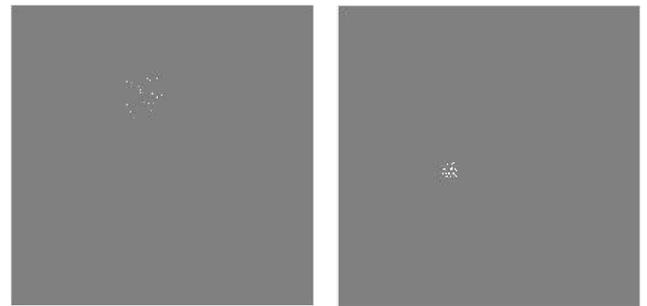
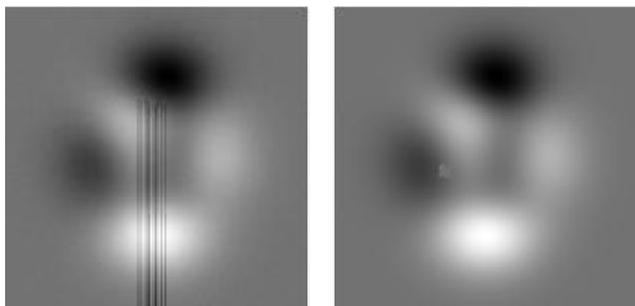


图 9 残差点分布图

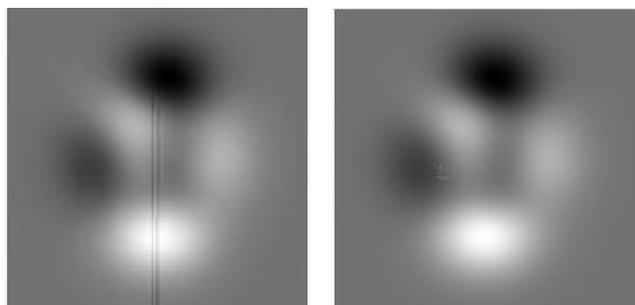
将图 8 中的包裹相位分别按照传统菱形相位展开法以及改进后的算法进行展开,从图 10(a) 可以看出,由于噪声的影响,个别像素点被断开不再连续,按照传统菱形展开算法得不到正确的展开相位值,并且局部的误差沿着展开路径传播,导致拉线现象的产生;在图 10(b) 中,由于添加了一块  $10 \times 10$  像素的无效区域,导致这一区域的相位都无法正确展开,形成了“孤岛”。改进后的菱形算法相位展开效果如图 11 所示,通过与图 10 对比,拉线和孤岛现象都有极大的改善,展开后的相位图也非常接近图 7(b) 中的理想情况下的展开

相位图。



(a) 加噪声后的展开相位 (b) 加无效区域后的展开相位

图 10 传统菱形算法展开结果



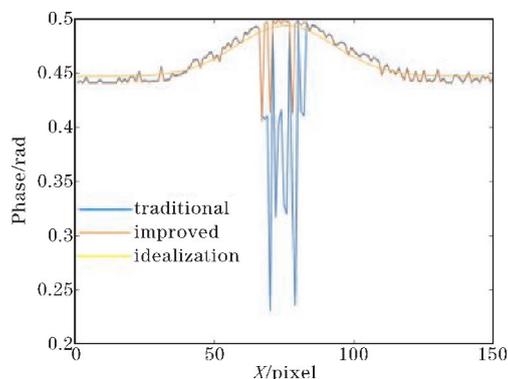
(a) 加噪声后的展开相位 (b) 加无效区域后的展开相位

图 11 改进菱形算法展开结果

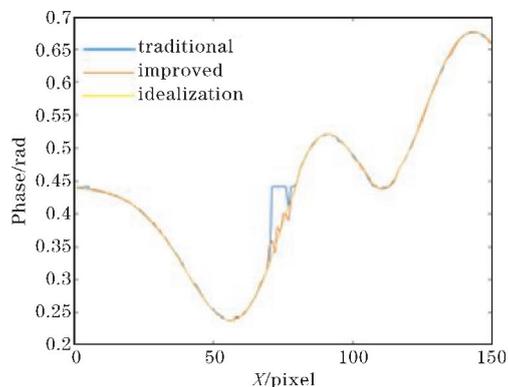
表 2 展示了算法改进前后的运行时间以及展开精度的均方根误差比较,每个测量结果是基于 10 次测量的平均值,相较于传统的菱形相位展开方法,改进后的算法效率并没有受到很大的影响,运行时间平均增加仅 1.7%,而展开精度有很大的提高,平均均方根误差减小约 70%。图 12(a) 表示提取出来的第 145 行仿真实验对比图,traditional 代表传统菱形算法,improved 代表改进后的菱形算法,idealization 代表实际相位,从图中可以看出,传统菱形解相位法大约在第 70 至第 80 个像素点时开始形成明显的拉线,且在这区间的相位值远远偏离理想相位值,改进后的菱形解相位法减少了拉线的形成。图 12(b) 表示第 110 列的信息,传统菱形解相位法在第 60 至第 90 个像素点时相位无法展开,形成宽度约为 6 个像素的孤岛,改进后的算法对孤岛处的相位进行插值拟合后,其相位值较为接近真实值,极大地减少了孤岛现象。

表 2 两种算法的运行时间与均方根误差对比

仿真类型	算法	运行时间/ms	RMSE
加入噪声	菱形算法	3184	0.1523
	改进算法	3231	0.0461
加入无效区域	菱形算法	2956	0.0875
	改进算法	3012	0.0269



(a) 第 145 行展开结果



(b) 第 110 列展开结果

图 12 对比结果

## 5 结束语

由于受环境以及复杂面型高度跳变的影响,菱形解相位算法在相位展开过程中容易出现相位跳跃,产生拉线、孤岛现象,为解决这一问题,提出了基于菱形解相位法的改进算法。通过结合枝切法中残差点概念,将包裹相位图分为残差点区域和非残差点区域,对非残差点区域采用菱形解相位法进行展开,对于少数的残差点区域相位,利用最小二乘法进行拟合,从而获得实际相位的最佳逼近值。通过 Matlab 进行仿真,实验结果表明,改进后的菱形解相位法可以有效展开复杂相位场,使拉线与孤岛现象减少了约 70%。

通过仿真实验可以看出,改进后的菱形解相位算法还存在两个缺陷,一方面是算法效率上并没有得到提升,仅仅保证了原有的算法效率;另一方面,改进后的算法虽然明显减少了拉线和孤岛现象,但并没有彻底消除拉线和孤岛。因此,未来的研究重点是提升菱形解相位法的效率,以及彻底避免拉线和孤岛现象。

## 参考文献:

- [1] Chao Z, Shi J F, Lei H, et al. Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review

- [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 109: 23–59.
- [2] Song Z. High-speed 3D shape measurement with structured light methods: A review [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 106: 119–131.
- [3] Milroy M J, Weir D J, Bradley C, et al. Reverse engineering employing a 3D laser scanner: A case study [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1996, 12(2): 111–121.
- [4] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry of 3-D diffuse objects [J]. Applied optics, 1984, 23(18): 3105–3108.
- [5] Su X Y, Zhou W S, Von Bally G, et al. Automated phase-measuring profilometry using defocused projection of a Ronchi grating [J]. Optics Communications, 1992, 94(6): 561–573.
- [6] Srinivasan V, Liu H C, Halioua M. Automated phase-measuring profilometry: a phase mapping approach [J]. Applied optics, 1985, 24(2): 185–188.
- [7] Liu W, Wang Z, Mu G, et al. Color-coded projection grating method for shape measurement with a single exposure [J]. Applied Optics, 2000, 39(20): 3504–3508.
- [8] 王建华. 光栅投影三维测量关键技术研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2019.
- [9] 李中伟. 基于数字光栅投影的结构光三维测量技术与系统研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.
- [10] Zhang Y T, Huang M J, Liang H R, et al. Branch cutting algorithm for unwrapping photoelastic phase map with isotropic point [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(5): 619–631.
- [11] Zhou W S, Su X Y. A direct mapping algorithm for phase-measuring profilometry [J]. Journal of modern optics, 1994, 41(1): 89–94.
- [12] 陆军, 李积江, 王成成, 等. 基于构造边的精确快速相位解缠算法 [J]. 光电子·激光, 2015(1), 1: 122–129.
- [13] Vrooman H A, Maas A A M. Image processing algorithms for the analysis of phase-shifted speckle interference patterns [J]. Applied optics, 1991, 30(13): 1636–1641.
- [14] Arevalillo-Herrúez M, Burton D R, Lalor M J. Clustering-based robust three-dimensional phase unwrapping algorithm [J]. Applied optics, 2010, 49(10): 1780–1788.
- [15] 万文博, 苏俊宏, 杨利红, 等. 干涉条纹图像处理的相位解包新方法 [J]. 应用光学, 2011, 32(1): 70–74.
- [16] 廖薇, 刘佐强, 王华英, 等. 三种基于路径跟踪的位相解包裹算法比较 [J]. 激光杂志, 2014(6): 32–34.
- [17] 李幸. 基于光栅投影三维测量系统的解相位算法研究与应用 [D]. 西安: 西安石油大学, 2018.
- [18] Breuckmann B, Thieme W. Computer-aided analysis of holographic interferograms using the phase-shift method [J]. Applied optics, 1985, 24(14): 2145–2149.

## The Application of Improved Rhombus Phase Unwrapping Algorithm in Phase Unwrapping

JIANG Han<sup>1</sup>, XU Yuanping<sup>1</sup>, ZHANG Chaolong<sup>2,3</sup>, XU Zhijie<sup>2</sup>, ZHOU Zhiyu<sup>3</sup>, HUANG Jian<sup>1</sup>, LU Jun<sup>1</sup>

(1. College of Software Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu, 610225 China; 2. School of Computing and Engineering, University of Huddersfield, Huddersfield, West Yorkshire, HD1 3DH, UK; 3. Chengdu CHG Robots & Intelligent Equipment Institute, Chengdu 610045, China)

**Abstract:** In order to solve the problem that the rhombus phase unwrapping method easily form lines or islands when the measurement surface is too complex, this paper proposes an improved algorithm based on the rhombus phase unwrapping algorithm. First, the improved algorithm finds the residual points in the unwrapping phase by combining the Goldstein's branch cut algorithm, and the wrapped phase map is divided into residual area and non-residual area. Then, the rhombus phase unwrapping algorithm is used to unwrap the non-residual area phase. Finally, according to the principle of phase continuity, the least square method is used to fit the phase of the residual area to obtain the best approximation of the actual phase, thereby obtaining authentic and reliable phase unwrapping results. The simulation results show that the improved algorithm can unwrap the complex phase field effectively, and the phenomenon of lines and islands is reduced by about 70%.

**Keywords:** phase unwrapping; branch-cut algorithm; rhombus phase unwrapping algorithm; line; island