

文章编号: 2096-1618(2021)06-0596-06

# 毫米波 MIMO 系统中一种低复杂度的混合波束成形算法

黄天赐<sup>1,2</sup>, 杜江<sup>1,2</sup>, 马腾<sup>1,2</sup>, 刘海波<sup>1,2</sup>

(1. 成都信息工程大学通信工程学院, 四川 成都 610225; 2. 气象信息与信号处理四川省高校重点实验室, 四川 成都 610225)

**摘要:** 考虑到 5G 关键技术毫米波 MIMO 系统中波束成形的成本和功耗问题, 提出适用于单用户情况下低复杂度的混合波束成形算法。该算法利用数字预编码器的正交特性, 从等效预编码器的相位中提取模拟预编码器相位, 通过交替最小化迭代计算出发射端预编码矩阵; 接收端处基于 SVD 分解求解出最优预编码矩阵从而求解出最优合并矩阵, 利用基追踪原理求解出模拟合并矩阵后, 通过最小二乘解求出数字合并矩阵。仿真结果表明, 文中提出的算法接近于全数字波束成形算法的性能且有较低的成本和复杂度。

**关键词:** 毫米波 MIMO; 混合波束成形; 射频链路; 频谱效率

中图分类号: TN929.5

文献标志码: A

doi: 10.16836/j.cnki.jcuit.2021.06.003

## 0 引言

随着无线通信的发展, 移动通信数据业务急剧增长, 无线通信频谱资源的短缺成为日益凸显的问题, 所以未来无线通信面临的主要挑战是要寻找新的频谱资源以及如何能够提高频谱效率来满足不断增长的通信需求。为满足 5G 移动通信需求, 毫米波的丰富频谱资源, 引起了人们的注意<sup>[1]</sup>。毫米波通常是指频率在 30 ~ 300 GHz 的电磁波<sup>[2]</sup>, 毫米波频段丰富的频谱资源有利于大规模天线的集成, 而毫米波 MIMO 波束成形技术对提升 5G 性能有着显著的效果<sup>[3]</sup>。

毫米波信号比现在绝大多数无线所应用的和所有蜂窝系统所使用的微波信号具有更高数量级的路径损耗。因此毫米波系统需要利用大型天线阵列, 使波长减少成为可能, 以波束成形增益来对抗路径损耗和衰减, 从而可以进一步提高频谱效率<sup>[4]</sup>。MIMO 系统中使用波束成形技术具有改善接收信噪比, 克服路径损耗, 提升系统容量等优点<sup>[5]</sup>, 大规模 MIMO 和波束成形技术也就成为毫米波通信中的关键技术<sup>[6]</sup>。

然而, 传统的 MIMO 系统中, 全数字波束成形要求一根天线对应一条射频 (radio frequency, RF) 链路<sup>[7]</sup>, 射频链路数随着天线数的增加而不断增加, 虽然能够获得很高的波束成形增益, 但却造成高昂的成本和巨大的能量消耗<sup>[8]</sup>。对应的全模拟波束成形则是在模拟域内使用移相器调整发射信号的相位, 虽然成本和硬件复杂度不高, 但是由于只能对相位进行调整, 所得

到的性能不是很理想<sup>[9]</sup>。而将数字波束成形和模拟波束成形相结合的混合波束成形算法<sup>[10]</sup>不仅能够减少 RF 链路数量还能获得较高的系统性能<sup>[7]</sup>, 使得混合波束成形成为了在毫米波 MIMO 系统中发展的重要技术之一<sup>[11]</sup>。参考文献[4]提出的 OMP 混合波束成形算法, 是应用最广泛的一种算法, 基于 OMP 的混合波束成形可以看成是一个稀疏约束矩阵重构的问题, 但其复杂度和能量消耗较高。参考文献[12]提出了一种仅适用于单用户 MIMO 系统的 SIC 算法, 是将系统容量优化问题划分成多个子阵列优化的子问题, 复杂度较低但是性能较差。参考文献[13]提出的 Altmin 算法是通过观察单位模量约束来定义黎曼流形, 从而解决优化问题, 尽管该算法提供了接近最优的光谱效率, 但是它的嵌套循环结构减慢了收敛速度, 而且 Kronecker 乘积导致了计算复杂度极高。参考文献[14]提出的 GEVD 算法是计算最大广义特征向量过后, 从求取出来得广义特征向量中提取出各元素的相位, 可以得到较优的系统性能但是其收敛性不能被严格证明, 计算复杂度也较高。

对此, 针对毫米波 MIMO 系统, 提出一种适用于单用户情况的低复杂度混合波束成形算法, 该算法设计方案具体是: 利用数字预编码器的正交特性, 从等效预编码器的相位中提取模拟预编码器相位, 通过交替最小化迭代计算出发射端预编码矩阵; 接收端处基于 SVD 分解求解出最优预编码矩阵从而求解出最优合并矩阵, 利用基追踪原理求解出模拟合并矩阵后, 通过最小二乘解求出数字合并矩阵。与参考文献[4]的 OMP 算法、参考文献[14]的 GEVD 算法相比, 该算法的优点是利用相互

正交的特性来减少多路流之间的干扰,同时通过求解伪逆来减少计算复杂度,从而提高系统相关性能,并且相关成本和计算复杂度也得到了改善。

文中使用了以下的符号。 $\mathbf{A}$  表示矩阵,  $\mathbf{x}$  表示向量,  $\mathbf{A}^{-1}$ 、 $\mathbf{A}^H$  分别表示矩阵  $\mathbf{A}$  的逆和共轭转置,  $\mathbf{A}[:, [1:a]]$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的前  $a$  列,  $\|\mathbf{A}\|_F^2$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的 Frobenius 范数,  $\text{tr}(\mathbf{A})$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的迹, 复变量的期望和实部由  $E[\cdot]$  和  $\Re[\cdot]$  表示。

## 1 系统模型

### 1.1 系统传输模型

文中主要研究单用户 MIMO 系统全连接的混合波束成形架构<sup>[15]</sup>。单用户系统是指一个发射端通过多天线发射出的信号只服务接收端处的一个用户, 系统架构如图 1 所示。在发射端配有  $N_t$  根天线和  $N_{RF}^t$  条射频链, 在接收端配有  $N_r$  天线和  $N_{RF}^r$  条射频链, 通过  $N_s$  条数据流进行通信。其中满足的关系是分别如下:  $N_s \leq N_{RF}^t \leq N_t$ ,  $N_s \leq N_{RF}^r \leq N_r$ 。

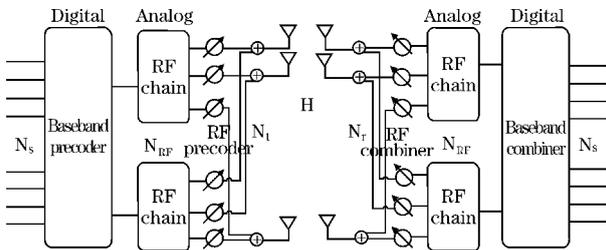


图 1 单用户 MIMO 系统全连接的混合波束成形架构

传输的数据流首先通过数字波束成形进行基带处理, 然后经过射频链路的传输, 通过模拟加权后传输到天线处, 形成的发送信号为

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{s} (\in \mathbb{C}^{N_t}) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{F}_{BB}$  为数字波束成形矩阵, 满足  $\mathbf{F}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF}^t \times N_s}$ ,  $\mathbf{F}_{RF}$  为模拟波束成形矩阵, 满足  $\mathbf{F}_{RF} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{RF}^t}$ , 采用归一化发射功率约束  $\|\mathbf{R}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_F^2 = N_s$ ;  $\mathbf{s}$  为信号向量,  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_s}$  且满足  $E[\mathbf{s}\mathbf{s}^H] = \frac{I_{N_s}}{N_s}$ 。值得注意的是, 模拟波束成形采用移相器控制信号的相位, 所以,  $\mathbf{F}_{RF}$  的所有非零元素都需要满足单元模约束  $|(\mathbf{F}_{RF})_{ij}| = 1$ 。

假设信道模型为 Saleh-Valenzuela 信道模型<sup>[16]</sup>, 令  $\mathbf{H}$  为  $N_r \times N_t$  的信道矩阵, 则接收端接收到的信号表示为

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \mathbf{s} + \mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{n} \quad (2)$$

其中:  $\rho$  表示平均接收功率;  $\mathbf{W}_{BB}$  和  $\mathbf{W}_{RF}$  分别是数字合

并矩阵、模拟合并矩阵, 并且  $\mathbf{W}_{BB} \in \mathbb{C}^{N_{RF}^r \times N_s}$ ,  $\mathbf{W}_{RF} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_{RF}^r}$ , 同样, 模拟波束成形采用移相器控制信号的相位, 所以,  $\mathbf{W}_{RF}$  的所有非零元素都需要满足单元模约束  $|(\mathbf{W}_{RF})_{ij}| = 1$ ; 噪声向量  $\mathbf{n}$  是服从均值为 0, 方差为  $\sigma_n^2$  的高斯分布。当传输信号服从高斯分布时<sup>[13]</sup>, 系统能达到的频谱效率<sup>[17]</sup>可以表示为

$$R = \text{lb} \left\{ I_{N_s} + \frac{\rho}{\sigma_n^2 N_s} (\mathbf{W}_{BB}^H \mathbf{W}_{RF}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB} \times \mathbf{F}_{BB}^H \mathbf{F}_{RF}^H \mathbf{H}^H \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}) \right\} \quad (3)$$

### 1.2 毫米波信道模型

由于毫米波波长短, 具有高自由空间路径损耗, 所以毫米波传播环境通常用簇聚信道模型来描述, 即 Saleh-Valenzuela 模型<sup>[16]</sup>。该模型将毫米波通道矩阵描述为

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{N_t N_r}{N_{cl} N_{ray}}} \sum_{i=1}^{N_{cl}} \sum_{l=1}^{N_{ray}} \alpha_{il} \mathbf{a}_r(\theta_{il}^r, \varphi_{il}^r) \mathbf{a}_t(\theta_{il}^t, \varphi_{il}^t)^H \quad (4)$$

其中,  $N_{cl}$  表示簇的数目,  $N_{ray}$  表示每个簇中多径数量;  $\alpha_{il}$  表示第  $l$  条多径在第  $i$  个传播簇中的复增益; 假设  $\alpha_{il}$  是服从均值为 0, 方差为  $\sigma_{\alpha_{il}}^2$  并且满足条件  $\sum_{i=1}^{N_{cl}} \sigma_{\alpha_{il}}^2 = \gamma$ 。  $\mathbf{a}_r(\theta_{il}^r, \varphi_{il}^r)$  和  $\mathbf{a}_t(\theta_{il}^t, \varphi_{il}^t)$  分别代表接收和发射阵列响应向量;  $\theta_{il}^t$  和  $\varphi_{il}^t$  分别表示到达和离开的方位角和仰角, 采用拉普拉斯分布生成。

考虑的是均匀平面阵 (uniform planar array, UPA), 因此第  $i$  个簇中第  $l$  条射线对应天线阵列响应<sup>[13]</sup>表示为

$$\mathbf{a}(\theta_{il}, \varphi_{il}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1, \dots, e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} (m \sin \theta_{il} \sin \varphi_{il} + n \cos \theta_{il})}, \dots \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

其中,  $d$  代表相邻天线间距,  $\lambda$  代表载波波长。

## 2 低复杂度混合波束成形算法设计

### 2.1 算法设计目标

由于混合波束成形研究主要在于合理设计发射端的预编码矩阵和接收端的合并矩阵 ( $\mathbf{F}_{BB}$ ,  $\mathbf{F}_{RF}$ ,  $\mathbf{W}_{BB}$ ,  $\mathbf{W}_{RF}$ ), 对其进行联合优化使得式 (3) 中频谱效率表达式达到最大化, 所以混合波束成形算法的设计目标可以表示为

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{F}_{BB}, \mathbf{F}_{RF}, \mathbf{W}_{BB}, \mathbf{W}_{RF}}{\text{argmin}} \quad & \|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_F, \|\mathbf{W}_{opt} - \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}\|_F \\ \text{s. t.} \quad & \|\mathbf{F}_{RF} \mathbf{F}_{BB}\|_F^2 = N_s, \|\mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{BB}\|_F^2 = N_s \\ & \mathbf{F}_{RF} \in \mathbf{F} \\ & \mathbf{W}_{RF} \in \mathbf{W} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{W}$  分别表示模拟预编码器和模拟合并矩阵的可行集。

综上所述, 将从两个部分进行混合波束成形设计, 首先是对发射端数字和模拟预编码设计, 其次是对接收端数字与模拟合并矩阵的设计。

## 2.2 低复杂度混合波束成形设计方案

### 2.2.1 发射端混合预编码算法

无约束最优预编码矩阵  $\mathbf{F}_{\text{opt}}$  的列是相互正交的, 以便减轻复用流之间的干扰<sup>[13]</sup>, 所以假设数字预编码矩阵的列是相互正交的, 即  $\mathbf{F}_{\text{BB}} = \partial \mathbf{F}_{\text{DD}}$ , 由此可得

$$\mathbf{F}_{\text{BB}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H = (\partial \mathbf{F}_{\text{DD}}) (\partial \mathbf{F}_{\text{DD}})^H = \partial^2 \mathbf{I}_{N_s} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{F}_{\text{DD}}$  是与  $\mathbf{F}_{\text{BB}}$  维数相同的酉矩阵。

则可以将式(6)中的目标函数进一步的转化为

$$\begin{aligned} & \| \mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= (\text{tr} [ (\mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}})^H ] (\mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}))^2 \\ &= \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{opt}}^H - \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{F}_{\text{BB}}^H) (\mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}) \\ &= \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} - \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{opt}} + \mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{BB}}) \\ &= \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{opt}}) - 2 \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}) + \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}}^H \mathbf{F}_{\text{BB}}) \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 - 2 \partial \Re (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) + \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 - 2 \partial \Re (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) + \partial \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{DD}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 - 2 \partial \Re (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) + \partial^2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{DD}} \|_{\text{F}}^2 \quad (8) \end{aligned}$$

当  $\partial = \frac{\Re \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}})}{\| \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{DD}} \|_{\text{F}}^2}$  时, 式(8)获得最小值, 且最小值表达式可以表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{F}_{\text{RF}}, \mathbf{F}_{\text{BB}}} \| \mathbf{F}_{\text{opt}} - \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{BB}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 - \frac{\{ \Re \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) \}^2}{\| \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{DD}} \|_{\text{F}}^2} \quad (9) \end{aligned}$$

为使  $\mathbf{F}_{\text{RF}}$  摆脱和  $\mathbf{F}_{\text{BB}}$  的乘积问题, 引入常数项

$\left( \frac{1}{2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2} - 1 \right) \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 + \frac{1}{2}$  作为其上界并且乘以常数项  $2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2$ , 由此将式(9)简化为

$$\begin{aligned} & \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 \times 2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 - \frac{\{ \Re \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) \}^2}{\| \mathbf{F}_{\text{RF}} \mathbf{F}_{\text{DD}} \|_{\text{F}}^2} \times 2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 \\ &+ \left[ \left( \frac{1}{2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2} - 1 \right) \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 + \frac{1}{2} \right] \times 2 \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \|_{\text{F}}^2 - 2 \Re \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) + \| \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 \\ &= \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{RF}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) - 2 \Re \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{RF}}) + \text{tr} (\mathbf{F}_{\text{DD}} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{F}_{\text{opt}} \mathbf{F}_{\text{DD}}^H) \\ &= \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \mathbf{F}_{\text{DD}}^H - \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 \quad (10) \end{aligned}$$

因此, 式(6)的优化目标函数可以改成式(11)中的优化目标函数。

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{F}_{\text{RF}}, \mathbf{F}_{\text{DD}}} \| \mathbf{F}_{\text{opt}} \mathbf{F}_{\text{DD}}^H - \mathbf{F}_{\text{RF}} \|_{\text{F}}^2 \\ & \text{s. t. } \mathbf{F}_{\text{DD}}^H \mathbf{F}_{\text{DD}} = \mathbf{I}_{N_s}, |(\mathbf{F}_{\text{RF}})_{i,j}| = 1 \quad (11) \end{aligned}$$

### 2.2.2 接收端合并矩阵算法

首先根据 SVD 对信道矩阵  $\mathbf{H}$  进行分解,  $\mathbf{H} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H$ ,  $\mathbf{\Sigma}$  是由  $\mathbf{H}$  的奇异值按降序构成的  $\text{rank}(\mathbf{H}) \times \text{rank}(\mathbf{H})$  矩阵,  $\mathbf{U}$  和  $\mathbf{V}$  分别为  $\mathbf{H}$  的左、右奇异值矩阵。因此可以很容易地选择出最优预编码矩阵  $\mathbf{F}_{\text{opt}} = \mathbf{V} ([1:N_t]; [1:N_s])$ 。

使用无约束最优预编码矩阵  $\mathbf{F}_{\text{opt}}$ ,  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  可以计算为

$$\mathbf{W}_{\text{opt}} = \left( \frac{1}{\rho} \left( \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{H}^H \mathbf{F}_{\text{opt}} + \frac{N_s \sigma_n^2}{\rho} \mathbf{I}_{N_s} \right)^{-1} \mathbf{F}_{\text{opt}}^H \mathbf{H}^H \right)^H \quad (12)$$

根据式(12)求得  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  矩阵后, 将接收端天线阵列响应向量作为码本集合  $\mathbf{A}_r$ , 利用每次迭代计算出和  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$  的残差值  $\psi = \mathbf{A}_r^H \mathbf{W}_{\text{opt}}$ , 找出与残差列积值最大的传感矩阵的列从而计算出模拟合并矩阵  $\mathbf{W}_{\text{RF}} = [\mathbf{W}_{\text{RF}} | \mathbf{A}_r^k]$ 。

寻找到满足条件的合并矩阵  $\mathbf{W}_{\text{RF}}$  后, 利用众所周知的最小二乘解(13)来计算出矩阵  $\mathbf{W}_{\text{BB}}$ , 使用伪逆可以避免可能的奇异矩阵的逆。

$$\mathbf{W}_{\text{BB}} = \mathbf{W}_{\text{RF}}^{\dagger} \mathbf{W}_{\text{opt}} \quad (13)$$

在根据上述所求的  $\mathbf{W}_{\text{opt}}$ ,  $\mathbf{W}_{\text{RF}}$ ,  $\mathbf{W}_{\text{BB}}$  后, 通过式(14)更新对应的残差矩阵  $\mathbf{W}_{\text{res}}$ 。

$$\mathbf{W}_{\text{res}} = \frac{\mathbf{W}_{\text{opt}} - \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}}}{\| \mathbf{W}_{\text{opt}} - \mathbf{W}_{\text{RF}} \mathbf{W}_{\text{BB}} \|_{\text{F}}} \quad (14)$$

## 3 仿真结果及分析

### 3.1 仿真分析

通过仿真验证在不同数据流, 不同发射天线数和接收天线数, 不同射频链路数, 以及在信噪比  $\text{SNR} = 0$  的情况下, 本文所提算法与全数字波束成形算法、全模拟波束成形算法、参考文献[4]的 OMP 算法以及参考文献[18]的 GEVD 算法在相关性能上进行了对比。本次仿真结果均为 1000 个信道实现的平均值, 其中天线排布方式采用均匀平面阵列, 天线之间的间距取  $\frac{\lambda}{2}$  mm, 群簇数为 5 个, 每个簇中的多径个数为 10, AOA 和 AOD 服从拉普拉斯分布。

图 2 表示在 RF 射频链路数  $N_{\text{RF}}^t = N_{\text{RF}}^r = 12$ , 数据流  $N_s = 12$ , 基站天线数量为  $N = 144$ , 接收端天线数量为  $N_r = 36$  时, 不同波束成形算法得到的频谱效率随信噪比变化的曲线。由图 2 可知, 全模拟波束成形算法的性能最差, 而本文所提的混合波束成形算法的性能是最接近全数字波束成形算法且它们的频谱效率相差不到 1.5 bps/Hz, 且性能优于文献[18]的 GEVD 算法和文献[4]的 OMP 算法。

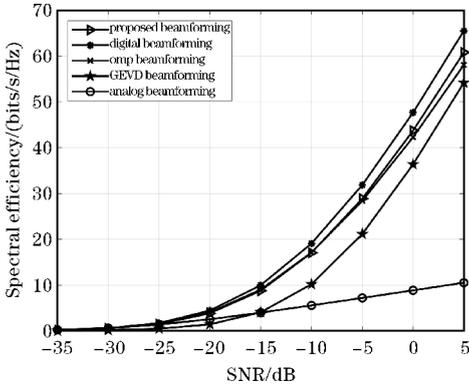


图 2  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_s = 12$  时算法性能比较

图 3 表示在 RF 射频链路数  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = 8$ , 数据流  $N_s = \{2, 4, 8\}$  时, 基站天线数量为  $N_t = 144$ , 接收端天线数量为  $N_r = 36$  时, 不同波束成形算法得到的频谱效率随信噪比变化的曲线。在接收端利用正交性质构造数字预编码器, 多了附加约束, 但通过图 3 可以看出, 当数据流数比较少的时候, 几种算法的性能差别不大, 这一现象说明此设计中数字编码器具有正交列结构对频谱效率的影响几乎可以忽略。当数据流数小的时候, 本文算法性能是无限接近全数字波束成形算法性能; 当数据流数变大时, 本文算法虽与全数字波束成形算法有所差距, 但是对比 GEVD 算法和 OMP 算法是有所提升的。

图 4 表示在  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_s = \{3, 6, 12\}$ , 基站天线数量为  $N_t = 144$ , 接收端天线数量为  $N_r = 36$  的情况下不同算法的系统性能随着信噪比变化的曲线。当射频链路数与数据流数相等的情况下, 从图 4 可以看出 3 种算法的性能对比。本文算法性能更加接近全数字波束成形算法, 随着射频链路数和数据流数目的增加, 性能对比越发明显且优于 OMP 算法和 GEVD 算法。由此可以看出, 射频链路数和数据流数目之间的关系也会对算法有所影响。

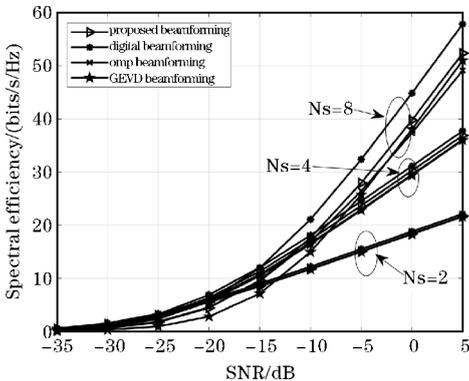


图 3  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = 8, N_s = \{2, 4, 8\}$  时不同算法的性能对比

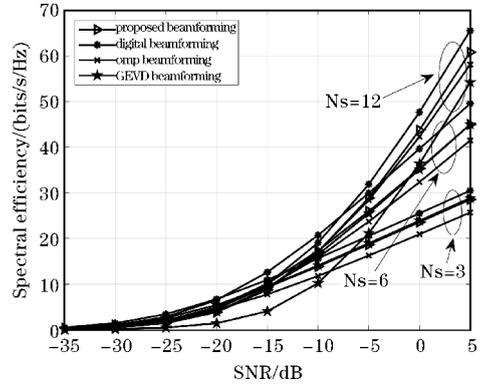


图 4  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_s = \{3, 6, 12\}$  时不同算法的性能对比

图 5 表示在  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_s = 8$  时, 在发射天线数和接收天线数不同的情况下, 不同波束成形算法随着信噪比变化的曲线。从图 5 可以看出, 随着发射天线数和接收天线数的增加, 三种算法的性能都在逐渐变好, 其中, 本文算法的性能整体来看性能要优于 OMP、GEVD 算法性能。天线数目越多, 频谱效率越高, 性能越好。随着天线数目的增加, 射频链路不变, 性能还在不断提升, 说明算法在保持较低的成本和功耗下, 能提供较优的性能。

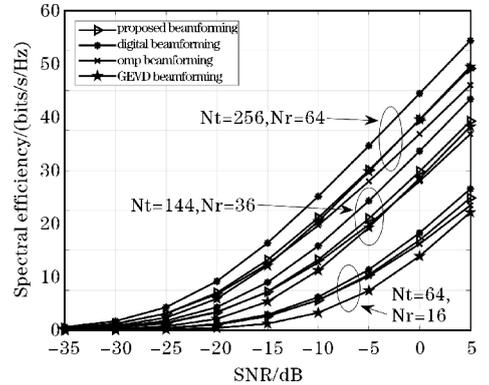


图 5  $N_{RF}^t = N_{RF}^r = N_s = 8$  时不同天线数目的性能曲线

图 6 表示在信噪比  $SNR=0$ , 基站天线数量为  $N_t = 144$ , 接收端天线数量为  $N_r = 36$ , 数据流  $N_s = \{4, 8\}$  时, 不同波束成形算法相关性能随着射频链路数变化的曲线。随着射频链路数的增大, 性能逐渐收敛, 且本文算法对比 OMP、GEVD 算法性能更好, 在射频链路数为 12 时趋于平稳。同时随着数据流的增大, 本文算法的性能明显上升, 且更加接近全数字波束成形算法的性能。除此之外还可以看出, 随着射频链路的增加, 特别是当  $N_{RF} \geq 2N_s$  时, 性能会逐渐趋于平稳。虽然射频链路数会增加系统性能, 但是也会增加成本和功耗, 因此实际应用中需要综合考虑。

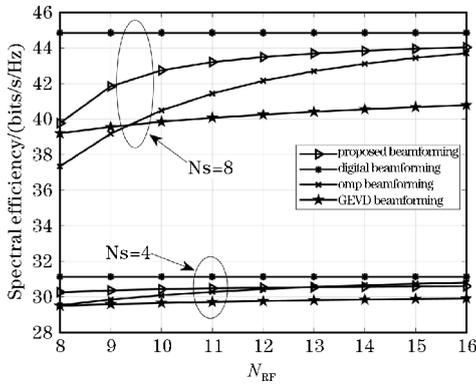


图6 SNR=0,  $N_s = \{4, 8\}$  时射频频链路数变化的性能曲线

### 3.2 复杂度分析

参考文献[4]的OMP混合波束成形算法的复杂度包括发射端和接收端算法的计算, 大约为  $O(N_r^3) + 2O((N_{RF}^t)^4)$ 。参考文献[18]的GEVD算法复杂度大概为  $O(N_t^3) + 2N_t^2 N_{RF}^t + 5N_t(N_{RF}^t)^2 + 2(N_{RF}^t)^3 + O((N_{RF}^t)^3)$ 。本文算法在求解预编码矩阵时, 只需要在每次迭代中对矩阵  $F_{opt} F_{DD}^H$  进行提取操作就可以实现模拟编码器的更新, 此时发射端的复杂度大约是  $\min\{N_s^2 N_{RF}^t, N_s(N_{RF}^t)^2\}$ ; 在接收端处, 其复杂度主要是求解码本集合和误差矩阵上, 大约是  $O(N_r^3) + O(N_{RF}^t)$ 。根据满足的关系式  $N_s \leq N_{RF}^t \leq N_t$ ,  $N_s \leq N_{RF}^r \leq N_r$ , 可知本文算法具有更低的复杂度。

## 4 结束语

主要研究毫米波MIMO系统中基于单用户的混合波束成形问题, 在降低成本和计算复杂度等的情况下, 还能保证系统性能尽可能接近全数字波束成形的性能, 为此提出一种低复杂度混合波束成形算法。通过仿真分析, 混合波束成形算法性能对比OMP、GEVD算法更佳, 与全数字波束成形算法性能相比差距不大, 在数据流数增大的情况下, 性能越好; 对比全数字波束成形算法, 成本和复杂度都有所下降, 具有较好的应用价值。但是本文算法收敛性欠佳, 这需要后续进一步的研究和优化, 除此之外还可以研究在保持低复杂度高频谱效率的同时最小化误码率。

### 参考文献:

[1] Zhou Y P, Farooq K. An introduction to millimeter-wave mobile broadband systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2011, 49(6): 101-107.  
 [2] Sooyoung H, Taejoon K, David J L, et al. Millimeter

Wave Beamforming for Wireless Backhaul and Access in Small Cell Networks [J]. IEEE Transactions on Communications Magazine, 2013, 61(10): 4391-4403.

- [3] Mustafa R A, Liu Y P, Mathew K S, et al. Millimeter wave channel modeling and cellular capacity evaluation [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2014, 32(6): 1164-1179.  
 [4] Omar E A, Sridhar R, Shadi A S, et al. Spatially Sparse Precoding in Millimeter Wave MIMO Systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(3): 1499-1513.  
 [5] 黄天宇, 马林华, 胡星, 等. 一种实用的毫米波大规模MIMO混合预编码算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 9(8): 1788-1795.  
 [6] Hiroyuki K. FAST OPTIMIZATION ALGORITHM ON COMPLEX OBLIQUE MANIFOLD FOR HYBRID PRECODING IN MILLIMETER WAVE MIMO SYSTEMS [C]. 2018 IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP), 2018: 1266-1270.  
 [7] 徐顺清, 石晶林, 张宗帅, 等. 基于大规模MIMO的共享型阵列混合波束成形算法[J]. 高技术通讯, 2018, 28(9/10): 763-770.  
 [8] Fredrik R, Daniel P, Buon K L, et al. Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(1): 40-60.  
 [9] Doan C H, Emami S, Sobel D A, et al. Design considerations for 60 GHz CMOS radios [J]. IEEE Communications Magazine, 2004, 42(12): 132-140.  
 [10] Vijay V, Alle-Jan V. Analog beamforming in MIMO communications with phase shift networks and online channel estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4131-4143.  
 [11] Zhang X Y, Molisch A F, Kung S Y. Variable-phase-shift-based RF-baseband codesign for MIMO antenna selection [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(11): 4091-4103.  
 [12] Gao X Y, Dai L L, Han S F, et al. Energy-Efficient Hybrid Analog and Digital Precoding for MmWave MIMO Systems With Large Antenna Arrays [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2016, 34(4): 998-1009.  
 [13] Yu X H, Shen J C, Zhang J, et al. Alternating

- minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3):485–500.
- [14] Lin T, Cong J Q, Zhu Y, et al. Hybrid Beamforming for Millimeter Wave Systems Using the MMSE Criterion[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 67(5):3693–3708.
- [15] 申敏,徐浩,何云,等.毫米波 MIMO 系统中迭代最小均方误差混合波束成形算法[J]. *电信科学*, 2017, 33(8):77–84.
- [16] KWON G, SHIM Y, PARK H, et al. Design of millimeter wave hybrid beamforming systems [C]. 2014 IEEE 80th Vehicular Technology Conference (VTC2014-Fall), 2014:14–17.
- [17] SOHRABI F, YU W. Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale antenna arrays [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3):501–513.
- [18] Ahmet M E. CNN-Based Precoder and Combiner Design in mmWave MIMO Systems [J]. *IEEE Communications Letters*, 2019, 23(7):1240–1243.

## A Low Complexity Hybrid Beamforming Algorithm for Millimeter-wave MIMO Systems

HUANG Tianci<sup>1,2</sup>, DU Jiang<sup>1,2</sup>, MA Teng<sup>1,2</sup>, LIU HaiBo<sup>1,2</sup>

(1. College of Communication Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China; 2. Key Laboratory of Meteorological Information and Signal Processing in Universities of Sichuan Province, Chengdu 610225, China)

**Abstract:** Considering the cost and power consumption of beamforming in 5G millimeter-wave MIMO communication systems, a low complexity hybrid beamforming algorithm for single user is proposed. Based on the orthogonal characteristics of the digital precoding, the phase of the analog precoding is extracted from the phase of the equivalent precoder, and the transmitting precoding matrix is calculated by alternating minimization iteration. At the receiving end, the optimal precoding matrix is solved based on SVD decomposition, then the optimal merging matrix is solved. Using the principle of basis pursuit, the analog merging matrix is solved, and the digital merging matrix is solved by the least square solution. Simulation results show that the performance of the proposed algorithm is close to that of the full digital beamforming algorithm with lower cost and complexity.

**Keywords:** millimeter-wave MIMO; hybrid beamforming; radio frequency; spectrum efficiency