

文章编号: 2096-1618(2024)01-0113-06

密立根油滴实验随机性研究

柳辛迪, 罗昌玲, 王荣超, 闫英豪, 陈康令, 蒲星辰, 虞游, 盛佳南
(成都信息工程大学光电工程学院, 四川 成都 610225)

摘要:对密立根油滴实验中油滴带电量的随机性进行研究。采用静态测量法得到实验数据后用 SPSS 软件对数据进行了分析,结合柯尔莫哥洛夫-斯米洛夫检验和夏皮诺-威尔克检验排除实验结果的偶然性,并证实油滴带电量的单峰性、对称性和有界性,验证了油滴电量呈正态分布的规律,进而得到一种人为干扰因素小的随机性验证方法,对实验中的误差分析有启发作用。

关键词:密立根油滴实验;随机性;单峰性;对称性;有界性;正态分布

中图分类号: O4-33

文献标志码: A

doi: 10.16836/j.cnki.jcuit.2024.01.017

0 引言

随机就是事前不可预测,即在相同条件下重复同一件事,每次结果不能肯定,或知道事物过去的状况,但未来的发展却不能完全肯定,但是这些不确定的背后有一定的规律可寻^[1]。科学研究的目的是要发现反映事物本质的客观规律,即排除偶然性的掩盖与干扰。通过随机现象来发现事物的统计规律,并把它应用于对客观规律的认识和把握。著名的美国物理学家密立根在 1909-1917 年所做的测量微小油滴上所带电荷的油滴实验,是物理学发展史上具有重要意义实验。该实验设计思想简明巧妙、方法简单,取得了具有重要意义结果,从而获得 1923 年的诺贝尔物理学奖^[2-4]。密立根油滴实验也成为了大学物理实验必选的实验项目。

通过采集大量密立根油滴实验数据,发现几乎每一个油滴的电荷量都不同,且油滴之间电荷量没有关系。因此,初步猜测油滴的电荷量大小都是随机的,通过对数据进行深度分析,证实随机这一物理现象,并研究其中的规律。

1 实验原理

1.1 实验原理分析

利用密立根油滴仪测定油滴的方法有静态测量和动态测量两种。因肉眼对油滴的静态平衡辨识度更高,故本文采用静态测量法。以动态测量法为桥梁,并

对黏滞阻力的 Stokes 方程进行修正,得出静态测量法下的油滴电量方程。

1.1.1 动态测量法

在没有电场时,一个半径为 r , 质量为 m_1 的球形油滴在下落过程中,会受到空气浮力、黏滞阻力和重力的作用。由 Stokes 公式,黏滞阻力与物体运动速度成正比。设油滴以 v_f 匀速下落,则有:

$$m_1g - m_2g = K v_f \quad (1)$$

由粘性流体知识可知:

$$K = 6\pi\eta r \quad (2)$$

若油滴带有电量 q ,在场强为 E 的匀强电场中,电场力的方向与重力方向相反,此时的平衡方程为

$$m_1g - m_2g - Eq + K v_f = 0 \quad (3)$$

由体积公式可知:

$$m_1g - m_2g = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_1 - \rho_2)g \quad (4)$$

考虑到油滴体积较小,此时空气不能再视为连续流体,因此 Stokes 公式中的黏度 η 需修正为

$$\eta' = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (5)$$

将式(1)、(3)~(5)联立可解出油滴半径的估计值:

$$r \approx r_0 = \left[\frac{9\eta v_f}{(\rho_1 - \rho_2)g} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

实验中采用均匀电场,设施加电压为 U ,板间距为 d ,油滴的下落距离 s 固定,则电场强度和下落速度:

$$E = \frac{U}{d} \quad (7)$$

$$v = \frac{s}{t} \quad (8)$$

将式(1)、(3)~(8)联立解得:

$$q=9\sqrt{2}\pi d\left[\frac{(\eta s)^3}{(\rho_1-\rho_2)g}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1+\frac{b}{pr_0}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{U_r}\left(\frac{1}{t_f}+\frac{1}{t_r}\right)\left(\frac{1}{t_f}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中, U_r 表示上升时的平衡电压, t_f 表示油滴下落时间, t_r 表示油滴上升时间。

1.1.2 静态测量法

油滴在电场中,受到电场力、重力和空气浮力的作用,从而静止在某一位置,平衡方程为

$$m_1g-m_2g-Eq=0 \quad (10)$$

将静态平衡视为平衡速度为零的动态平衡,可得 $t_r \rightarrow \infty$:

$$\frac{1}{t_r}=0 \quad (11)$$

联立式(9)、(11)得到静态法的电压:

$$q=9\sqrt{2}\pi d\left[\frac{(\eta s)^3}{(\rho_1-\rho_2)g}\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{1+\frac{b}{pr_0}}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{1}{U_s}\left(\frac{1}{t_f}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (12)$$

式中, U_s 为油滴静止时的平衡电压, t_f 为油滴下落时间,式(12)中其他物理量参见表1。

表1 实验条件下对应参数

符号	物理意义	数值
d	极板间距	5 mm
s	下落距离	1.6 mm
p	标准大气压强	101325 Pa
ρ_1	油滴密度	979 kg · m ⁻³
ρ_2	空气密度	1.2928 kg · m ⁻³
g	重力加速度	9.794 m · s ⁻²
b	修正常数	0.00823 N · m ⁻¹
η	空气黏滞系数	1.83×10 ⁻⁵ kg · m ⁻¹ · s ⁻¹

为确保数据的可靠性,测量出油滴的平衡电压和匀速下落时间,即取待测油滴静止不动时的电压为平衡电压 U_s ,油滴5次匀速下落时间的平均值为下落时间 t 。

2 数据处理软件的设计

2.1 设计思路

密立根油滴实验是常见的大学物理实验,但该实验的数据量较大且复杂,处理起来费时费力,手算也有算错的可能。刘伟等^[5]利用 Matlab 软件中的 GUI 模块开发了密立根油滴实验数据处理软件,本文则利用 Matlab 软件中的 APP Designer 模块并根据静态法原理设计了密立根油滴实验数据处理软件。

2.2 软件设计

软件的图形化界面设计如图1所示。在使用时将多次测得的油滴下落时间及平衡电压以向量的形式输入,代码如下:

```
t=str2num(app.EditField.Value);油滴下落时间
u=str2num(app.EditField_2.Value);油滴平衡电压
输入数据后点击“计算”将得到油滴带电量Q,计算过程中各个参数设计严格按照表1进行设置,数据计算过程代码如下:
ru=979;油密度
g=9.794;重力加速度
eta=1.83e-5;空气粘滞系数
l=1.6e-3;油滴下落距离
b=6.17e-6;修正常数
p=76;大气压强
d=5e-3;极板间距
pi=3.141592654;
vg=l./t;
a=sqrt(9*eta*vg/(2*ru*g));
K=(18*pi/sqrt(2*g*ru))*(eta*l./(1+b./(p*a))).^1.5*d;
qt=K.*l./u.*(1./t).^1.5;总电荷
qo=1.6021892e-19;基本电荷理论值
n=round(qt/qo);电荷个数
q=qt./n;电子电荷
dq=abs(q-qo)/qo;相对误差
得到数据之后,点击“复位”即可进行下一次的计算。
```

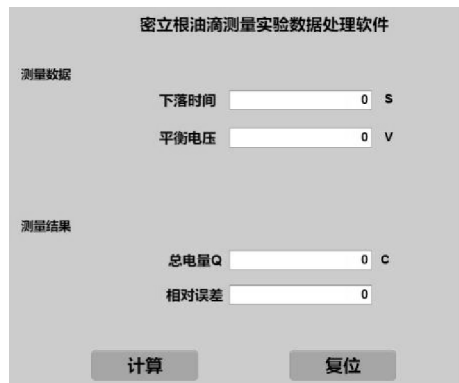


图1 密立根油滴测量实验数据处理软件界面

3 数据处理

3.1 油滴电荷量随机性的验证

根据上述实验方法,测得2000余组数据,并作出

油滴的下落时间 t 和平衡电压 U 的关系图,如图 2 所示。可以明显地看出雾化后的油滴带电量的大小是随机的,为了更好地研究此随机现象的内在规律,选择油滴分布密集的区域,即下落时间 t 在 $10 \sim 40$ s,平衡电压 U 在 $4 \sim 50$ V 的区域。

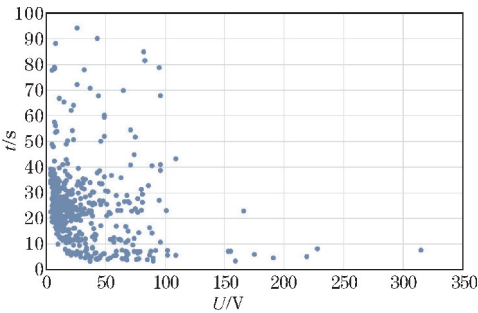


图 2 油滴下落时间 t 和平衡电压 U 的关系图

基于陈学文等^[6]密里根油滴实验的理论分析和测量结果讨论,对油滴带电量 Q 进一步分析,作 Q 随平衡电压 U 和下落时间 t 的分布图(图 3、4),并作出 Q 的随机分布图(图 5)。

对图 3~5 进行分析可以看出:在误差允许范围内,油滴的带电量均为 1.6×10^{-19} C 的整数倍,并且与单位电荷量 $e_0 \approx 1.602 \times 10^{-19}$ C 相近。电荷带电量在 $(1.6 \sim 36.8) \times 10^{-19}$ C 均有分布,说明油滴电荷量有随机性。

基于董键^[7]密立根油滴实验再认识,将图 5 中油滴电荷量数据分为 k 组($k=1,2,\dots,62$),第 k 组包括靠近 $1.6 k \times 10^{-19}$ C 的所有油滴电荷量,计算每组电荷量的平均值。如图 6 所示,作电荷量平均值随组别 k 变化的关系图并进行线性拟合,图中数据点都靠近拟合线,其斜率为 1.5954,与公认值的相对偏差为 0.4244%,说明所处理的数据误差较小。

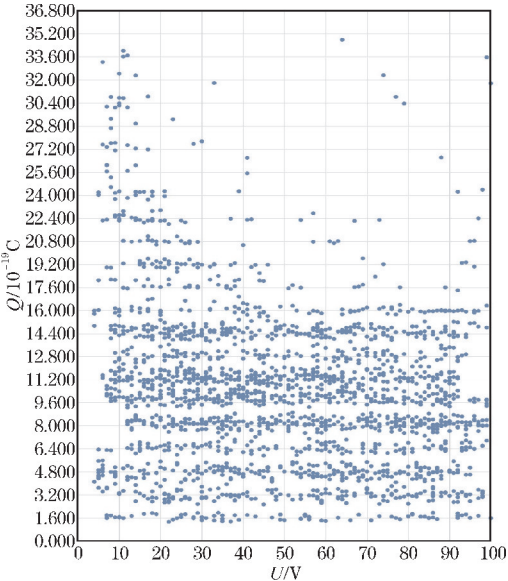


图 3 油滴电荷量 Q 和平衡电压 U 的关系图

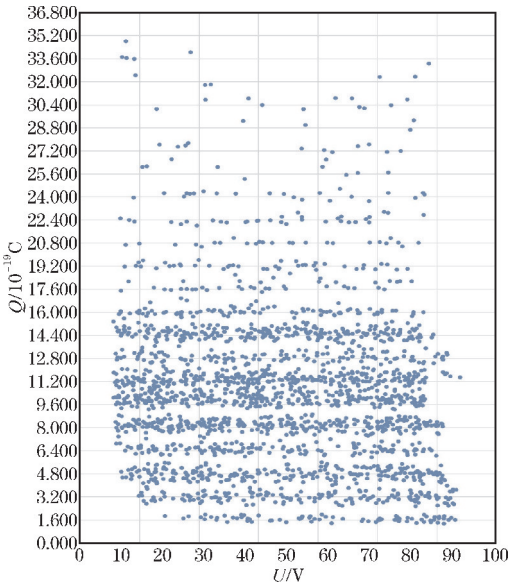


图 4 油滴电荷量 Q 和下落时间 t 的关系图

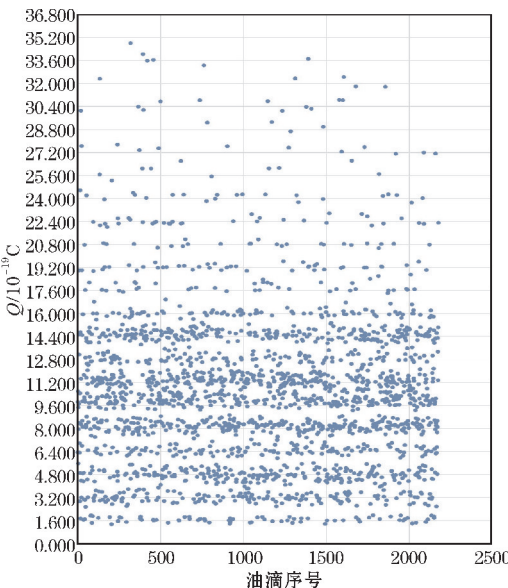


图 5 油滴电荷量 Q 的随机分布图

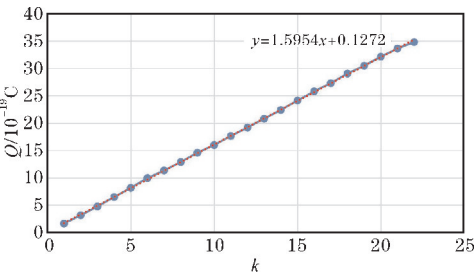


图 6 各组电量平均值的分布与拟合曲线

为找到油滴电量的随机性规律,参照袁哲诚等^[8]密立根油滴实验数据处理方法,再根据实验中所测得的油滴数和油滴所带电荷量,最终确定合适的油滴电荷量取值间隔为 0.05×10^{-19} C,并作出油滴带电量 Q 及其出现个数 d 的直方图,如图 7 所示。在 $0 \sim 16.4 \times 10^{-19}$ C,油滴出现个数 d 分别在油滴电荷量为 $([1.3, 2.0])$,

$[2.5, 3.8], \dots, [15.6, 16.4]) \times 10^{-19} \text{C}$ 内基本于 1.6 的倍数处出现高峰,且高峰两侧的数据向靠近峰值处呈增大趋势,整个图基本左右对称,因此猜想油滴带电量符合正态分布规律。

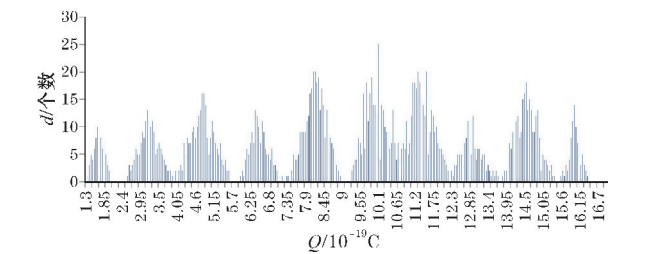


图7 油滴出现个数 d 和油滴电荷量 Q 的直方图

3.2 油滴电荷量正态性分析

为证实油滴带电量符合正态分布规律的猜想,对正态分布的 3 个基本性质——单峰性、对称性和有界性分别进行证明。基于张望霞^[9]用概率统计确定电荷量子的值的方法,用 SPSS (statistical product and service solutions) 软件^[10]将上述 $([1.3, 2.0], [2.5, 3.8], \dots, [15.6, 16.4]) \times 10^{-19} \text{C}$ 10 个区间的数据进行正态性检验,得到各样本区间相应的样本量、算术平均值、方差等数据如表 2 所示。表中 j 为组号, $S_j =$

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N_j} (Q_j - \bar{Q}_j)^2}{N_j}}, S_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_j} (Q_j - \bar{Q}_j)^2}{N_j}。$$

表 2 样本正态性检验参数

j	算术平均值 $\bar{Q}_j(\times 10^{-19} \text{C})$	方差 $S_j^2(\times 10^{-19} \text{C})$	标准偏差 $S_j(\times 10^{-19} \text{C})$	偏度	峰度
1	1.665	0.025	0.157	-0.051	-0.710
2	3.166	0.081	0.285	-0.017	-0.549
3	4.775	0.139	0.373	-0.078	-0.390
4	6.497	0.072	0.268	0.342	-0.216
5	8.175	0.106	0.326	-0.139	-0.344
6	9.966	0.104	0.322	0.116	-0.594
7	11.346	0.149	0.386	-0.142	-0.342
8	12.891	0.097	0.312	0.362	-0.309
9	14.585	0.109	0.330	0.131	-0.489
10	15.993	0.028	0.166	-0.089	-0.179

由表 2 得到 10 组直方图,以第 5 组为例,作出直方图(图 8)。从图 8 可以看出,在算术平均值附近的频率最大,呈现单峰性,并以此为中心左右基本对称,与相应的正态曲线图基本吻合。

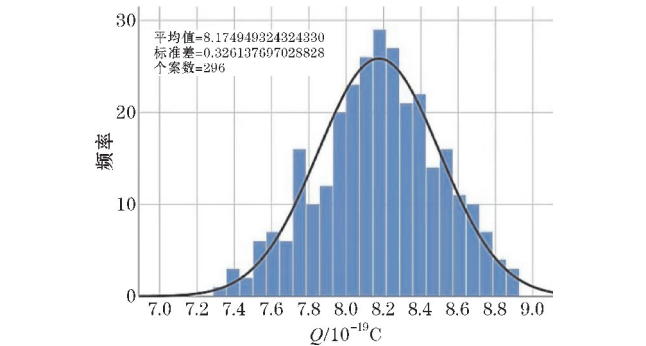


图 8 第 5 组数据直方图

由表 2 计算出 10 组数据在 $[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$ 、 $[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$ 、 $[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$ 置信区间的置信水平,如表 3 所示。当置信区间为 $[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$ 时,10 组置信水平均为 100%,说明每组数据均处于其对应的区间为 $[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$,可证明数据具有正态分布中的有界性。

表 3 各样本区间相应的置信区间和置信水平

组数	置信区间 $(\times 10^{-19} \text{C})$	置信水平/%
第 1 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	1.508 ~ 1.822
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	1.352 ~ 1.979
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	1.194 ~ 2.196
第 2 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	2.881 ~ 3.451
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	2.596 ~ 3.736
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	2.311 ~ 4.021
第 3 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	4.401 ~ 5.147
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	4.028 ~ 5.520
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	3.656 ~ 5.894
第 4 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	6.227 ~ 6.765
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	5.961 ~ 7.033
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	5.693 ~ 7.301
第 5 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	7.849 ~ 8.501
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	7.523 ~ 8.827
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	7.197 ~ 9.153
第 6 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	9.644 ~ 10.288
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	9.322 ~ 10.610
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	9 ~ 10.932
第 7 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	10.96 ~ 11.732
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	10.574 ~ 12.118
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	10.188 ~ 12.504
第 8 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	12.578 ~ 13.204
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	12.135 ~ 13.607
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	11.952 ~ 13.830
第 9 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	14.255 ~ 14.915
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	13.925 ~ 15.245
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	13.595 ~ 15.575
第 10 组	$[\bar{Q}_j - S_j, \bar{Q}_j + S_j]$	15.827 ~ 16.159
	$[\bar{Q}_j - 2S_j, \bar{Q}_j + 2S_j]$	15.661 ~ 16.325
	$[\bar{Q}_j - 3S_j, \bar{Q}_j + 3S_j]$	15.495 ~ 16.491

在 SPSS 软件中设置平均值的置信区间为 95%,分别进行柯尔莫哥洛夫-斯米诺夫检验和夏皮洛-威尔克检验^[11-13],如表 4 所示。得到每组数据显著性均大于 0.05,由此证明各个区间符合正态分布。

表 4 正态性检验

<i>j</i>	自由度	柯尔莫哥洛夫-斯米诺夫检验		夏皮洛-威尔克检验		平均值的置信 区间/%
		统计	显著性	统计	显著性	
1	76	0.058	0.200	0.983	0.385	95
2	159	0.034	0.200	0.990	0.297	
3	236	0.031	0.200	0.993	0.335	
4	141	0.023	0.200	0.992	0.230	
5	296	0.026	0.200	0.994	0.321	
6	269	0.040	0.200	0.990	0.055	
7	319	0.033	0.200	0.992	0.065	
8	135	0.064	0.200	0.984	0.113	
9	299	0.033	0.200	0.991	0.058	
10	83	0.069	0.200	0.990	0.751	

以第 5 组为例,应用 SPSS 软件得到其电荷量的 Q - Q 图^[14-15](图 9),散点在直线 $y=x$ 附近分布。结合柯尔莫哥洛夫-斯米诺夫检验和夏皮洛-威尔克检验,可证明该组油滴电荷量数据服从正态分布。每组数据的分布具有相同的特征,均服从正态分布,说明油滴带电量服从正态分布。

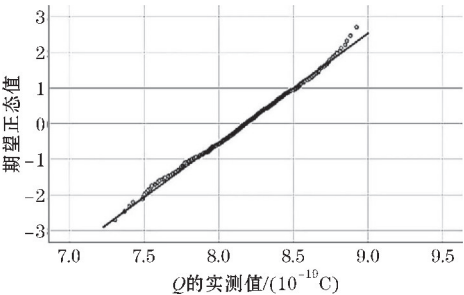


图 9 第 5 组正态 Q - Q 图

4 误差分析

4.1 误差的大小

结合图像法得出油滴带电量的分布在误差范围内为 $1.6\times10^{-19}\text{C}$ 的整数倍,拟合结果 $1.5954\times10^{-19}\text{C}$ 与单位电荷量 $e_0\approx1.6022\times10^{-19}\text{C}$ 的相对偏差为 0.4244%,误差较小,实验数据具有可靠性。

4.2 误差产生的原因

任何实验都避免不了误差,采取在喷油口处添加挡风片、选取较明亮中等大小的油滴等方式将误差控制在合理的范围之内。通过大量的实验,以减小偶然

误差或人为误差对实验结果的影响,并且每个油滴都进行 5 次记录,保证实验数据的可靠性。

实验参数的设置是根据实验所在地设置,保证其实验结果的准确性和可靠性。如果选择油滴过大,由于油滴质量 m 与下落时间 $\frac{2}{3}t$ 成反比,由此油滴下落过快,并且测量过程都是由实验人员手动控制,容易导致测量时间不准。如果选择油滴过小,油滴运动时的布朗运动明显。基于以上两点,应该选择大小合适的油滴,并且进行大量的实验,保证实验的可靠性。根据记录观察大气压强公开数据在 6-8 月的变化,由计算 Q 值的公式可知,气压的变化对实验结果的影响可以忽略。又由于油滴本身可以在极短的时间达到极限速度,所以对于油滴的加速区域和匀速区域并不需要特别的要求。为了防止油滴下降过程中外界空气对油滴的运动产生影响,实验仪器加有挡风片,可保证油滴下落的过程处于一个相对密闭的环境。实验前期准备和实验过程处理上都采取了恰当的方式,保证实验产生的误差对实验结果的影响可以忽略。

5 结束语

采用静态测量法测量密立根油滴带电量,并用 Matlab 软件对测得的数据进行筛选。通过对油滴电荷量与平衡电压的关系、与下降时间的关系以及油滴电荷量分布的分析,证明了油滴电荷量的随机性。结合油滴出现个数的直方图,猜测一定区间内,油滴带电量呈现正态分布的规律。为验证此猜想,利用 SPSS 软件对数据进行处理,得到了方差、置信水平等数据,再结

合柯尔莫哥洛夫-斯米诺夫检验和夏皮诺-威尔克检验两种正态性检验方法,排除实验结果的偶然性,保证实验结果的可信度,证实了每组油滴在对应区间内的单峰性、对称性和有界性,验证了油滴带电量呈正态分布的规律。本研究成果应用到密立根油滴实验课堂中,将帮助同学们更好地理解密立根油滴实验的规律及意义。

参考文献:

- [1] 李莉欣.“频率与概率的意义及关系”的教学研究[D].石家庄:河北师范大学,2013.
- [2] 钱钧.密立根油滴实验[J].物理实验,2017,37(5):34-34.
- [3] S Klassen. Identifying and Addressing Student Difficulties with the Millikan Oil Drop Experiment[J]. Science & Education,2009,18(5):593-607.
- [4] D Jaquith. Modeling the Millikan Oil Drop Experiment[J]. Science Teacher,2014,81(5):16-18.
- [5] 刘伟,郭立新,李江挺.基于 MATLAB 的密立根油滴实验数据处理软件[J].西安邮电学院学报,2011,16(S2):85-87.
- [6] 陈学文,张家伟,方旺,等.密里根油滴实验的理论分析和测量结果讨论[J].实验技术与管理,

2020,37(7):150-153.

- [7] 董键.密立根油滴实验再认识[J].大学物理,2021,40(2):36-41.
- [8] 袁哲诚,王宽亮,陆李威,等.密立根油滴实验的数据处理方法研究[J].物理实验,2019,39(5):13-16.
- [9] 张望霞.用概率统计方法确定电荷量子 e 的值[J].西安公路交通大学学报,1995,15(4):115-118.
- [10] 何清,王震坤.正态性检验方法在教学研究中的应用[J].高等理科教育,2014(4):18-21.
- [11] 罗文海,张庆凤.定量数据 SPSS 正态性检验影响因素探讨[J].中国医院统计,2018,25(4):283-286.
- [12] 陈及治,俞继英.从优秀径赛运动员血循环动力学指标的正态性检验试探正态性检验方法的选择[J].体育科学,1994,14(4):77-79.
- [13] 杨瑞璋,谭瀛.正态性检验方法的探讨[J].哈尔滨医科大学学报,1983(1):51-54.
- [14] 汪政红,周清志.两种多元正态性检验方法的应用和比较[J].中南民族大学学报(自然科学版),2009,28(3):99-103.
- [15] 朱宁,赵肖肖,唐庆华.多元正态性检验三种方法的比较及 SAS 程序设计[J].苏州大学学报(自然科学版),2012,28(3):20-25.

Study on the Randomness of Millikan Oil Drop Experiment

LIU Xindi, LUO Changling, WANG Rongchao, YAN Yinghao, CHEN Kangling, PU Xingchen, YU You, SHENG Jianan

(College of Optoelectronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: This paper studies the randomness of the charged quantity of oil drops in the Michigan oil drop experiment. The experimental data were obtained by static measurement and analyzed by SPSS software. The experiment rules out the contingency of the results based on Kolmogorov-Smirnov test and Shapiro-Wilk test, proves oil droplets charged amount of unimodal, symmetry, and boundedness, and verifies the law of oil droplets power normally distributed to obtain a random verification method with little human interference, which is instructive to the error analysis in experiment.

Keywords: millikan oildrop experiment; randomness; unimodality; symmetry; boundedness; normal distribution