Vol. 31 No. 3 Jun. 2016

文章编号: 2096-1618(2016)03-0242-05

稿件来源:科学网

划 址: http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-954445. html

发表时间: 2016-02-04

# 安全通论(6)

## ——攻防篇之"多人盲对抗"

杨义先, 钮心忻 (北京邮电大学信息安全中心,北京 100876)

摘要:给出常见于网络空间安全攻防战中,如下两种情形下,攻守双方极限能力的精确值:(1)多位黑客攻击一位红客;(2)一个黑客攻击多位红客。

### 0 引言

"攻防"是安全的核心,而"攻防"的实质就是"对抗"。

为了全面深入地研究"对抗",我们已经花费了四篇文章<sup>[2-5]</sup>来进行地毯式探索:

文献[2],统一研究了"盲对抗",并给出了黑客(红客)攻击(防守)能力的精确极限。

文献[3]、[4]和[5],以国际著名的"石头剪刀布游戏"、国内家喻户晓的"猜正反面游戏"和"手心手背游戏"、酒桌上著名的"划拳"和"猜拳"为对象,研究了"非盲对抗"的五个有趣实例,给出了输赢极限和获胜技巧。

特别是文献[5],针对"非盲对抗"的很大一个子 类(输赢规则线性可分的情况),给出了统一的解决方 案。

但是,文献[2]~[5]都只限于"攻"与"守"单挑的情形,即,一个黑客攻击一个红客。虽然在一般系统中,黑客与红客几乎都是"一对一"的,但是,在网络空间安全对抗中,还会经常出现"群殴"事件,特别是多位黑客攻击一位红客;一个黑客攻击多位红客;黑客借助跳板来攻击红客;在有人协助时,黑客攻击红客等。而另一方面,在网络空间安全对抗中,几乎只涉及"盲对抗",所以,下面我们就重点研究这类"盲群殴"。当然,本文的结果,绝不仅仅限于网络空间安全,仍然对各类安全都有效。

本文的攻防场景描述,主要是引入"上帝"的做法,与文献[2]相同,为了节省篇幅,此处不再重复。

# 1 多位黑客攻击一位红客

为了直观计,我们先考虑2个黑客攻击一个红客

的情形,然后,再做推广。

设黑客  $X_1$ 和  $X_2$ 都想攻击红客 Y,并且两个黑客互不认识,甚至可能不知道对方的存在,因此,作为随机变量,可以假设  $X_1$ 和  $X_2$ 是相互独立的。

与文献[2]类似,我们仍然假设:攻防各方采取"回合制",并且,每个"回合"后,各方都对本次的攻防结果,给出一个"真心的盲自评",由于这些自评结果是不告诉任何人的,所以,有理由假设"真心的盲自评"是真实可信的,没必要做假。

分别用随机变量  $X_1$ 和  $X_2$ 代表第一个和第二个黑客,他们按如下方式对自己每个回合的战果,进行真心盲自评:

 $X_1$ 对本回合盲自评为成功,则  $X_1 = 1$ ; $X_1$ 对本回合盲自评为失败,则  $X_1 = 0$ ;

 $X_2$ 对本回合盲自评为成功,则  $X_2 = 1$ ; $X_2$ 对本回合盲自评为失败,则  $X_2 = 0$ ;

由于每个回合中,红客要同时对付两个黑客的攻击,所以,用 2 维随机变量  $Y=(Y_1,Y_2)$  代表红客,他按如下方式对自己每个回合的防御  $X_1$ 和  $X_2$ 成果,进行真心盲自评:

本回合 Y 自评防御  $X_1$ 成功,自评防御  $X_2$ 也成功时,记为, $Y_1$ =1, $Y_2$ =1;

本回合 Y 自评防御  $X_1$  成功,自评防御  $X_2$  也失败时,记为, $Y_1$ =1, $Y_2$ =0;

本回合 Y 自评防御  $X_1$  失败,自评防御  $X_2$  也成功时,记为, $Y_1$ =0, $Y_2$ =1;

本回合 Y 自评防御  $X_1$  失败,自评防御  $X_2$  也失败时,记为, $Y_1$ =0, $Y_2$ =0;

让黑客们和红客不断地进行攻防对抗,并各自记下他们的盲自评结果。虽然他们的盲自评结果是保密的,没有任何人知道,但是,上帝知道这些结果,而且,

根据"频率趋于概率"这个大数定律,上帝就可以计算出如下概率:

$$\begin{split} 0 < & P_r(X_1 = 1) = p < 1 \;;\; 0 < P_r(X_1 = 0) = 1 - p < 1 \;;\\ 0 < & P_r(X_2 = 1) = q < 1 \;;\; 0 < P_r(X_2 = 0) = 1 - q < 1 \;;\\ 0 < & P_r(Y_1 = 1, Y_2 = 1) = a_{11} < 1 \;; 0 < P_r(Y_1 = 1, Y_2 = 0) \\ &= a_{10} < 1 \;; \end{split}$$

$$0 < P_r(\ Y_1 = 0\ , Y_2 = 1\ ) = a_{01} < 1\ ; 0 < P_r(\ Y_1 = 0\ ,\ Y_2 = 0\ )$$
 =  $a_{00} < 1\ ;$ 

这里, $a_{00}+a_{01}+a_{10}+a_{11}=1$ 

上帝再造一个 2 维随机变量  $Z = (Z_1, Z_2) = ((1 + X_1 + Y_1) \mod 2, (1 + X_2 + Y_2) \mod 2)$ ,即, $Z_1 = (1 + X_1 + Y_1) \mod 2$ ,是  $Z_2 = (1 + X_2 + Y_2) \mod 2$ 。并利用随机变量  $Z_1 \setminus Z_2$ 和 Z 构造一个  $Z_2 = Z_3 + Z_3$ 

好了,下面来考虑几个事件恒等式:

 ${某个回合红客防御成功} = {红客防御 <math>X_1$ 成功} ∩{红客防御  $X_2$ 成功}

而

 $\{$ 红客防御  $X_1$ 成功 $\}$  =  $\{$ 黑客  $X_1$ 自评本回合攻击成功,红客自评防御  $X_1$ 成功 $\}$   $\cup$   $\{$ 黑客  $X_1$ 自评本回合攻击失败,红客自评防御  $X_1$ 成功 $\}$  =  $\{$  $X_1$  = 1 ,  $Y_1$  = 1 $\}$   $\cup$   $\{$  $X_1$  = 0 ,  $Y_1$  = 1 $\}$   $\cup$   $\{$  $X_1$  = 0 ,  $Y_1$  = 1 $\}$   $\cup$   $\{$  $X_1$  = 0 ,  $Y_1$  = 0 $\}$ 

同理,

 $\{$ 红客防御  $X_2$ 成功 $\}$  =  $\{$ 黑客  $X_2$  自评本回合攻击成功,红客自评防御  $X_2$ 成功 $\}$   $\cup$   $\{$  黑客  $X_2$  自评本回合攻击失败,红客自评防御  $X_2$ 成功 $\}$  =  $\{X_2$  = 1 ,  $Y_2$  = 1  $\}$   $\cup$   $\{X_2$  = 0 ,  $Y_2$  = 1  $\}$  =  $\{X_2$  = 1 ,  $Z_2$  = 1  $\}$   $\cup$   $\{X_2$  = 0 ,  $Z_2$  = 0  $\}$ 

所以,{某个回合红客防御成功} = [ $\{X_1 = 1, Z_1 = 1\} \cup \{X_1 = 0, Z_1 = 0\}$ ]  $\cap$  [ $\{X_2 = 1, Z_2 = 1\} \cup \{X_2 = 0, Z_2 = 0\}$ ] = [防御信道 F 的第一个子信道传信成功]  $\cap$  [防御信道 F 的第二个子信道传信成功] =  $\{2$  输入信道 F 的传输信息成功}

于是,便有如下引理:

引理1 如果红客在某个回合防御成功,那么,1 比特信息就在2-输入信道 F(防御信道)中,被成功传输。

反过来,如果"2-输入信道 F 的传输信息成功",那么,"防御信道 F 的第一个子信道传输成功"同时"防御信道 F 的第二个子信道传输成功",即,[ $\{X_1=1,Z_1=1\}\cup\{X_1=0,Z_1=0\}\}$ ]  $\cap$  [ $\{X_2=1,Z_2=1\}\cup\{X_2=0,Z_2=0\}$ ],这等价于[ $\{X_1=1,Y_1=1\}\cup\{X_1=0,Y_1=1\}$ ]  $\cap$  [ $\{X_2=1,Y_2=1\}\cup\{X_2=0,Y_2=1\}$ ]

1111

 $\{X_1 = 1, Y_1 = 1\} \cup \{X_1 = 0, Y_1 = 1\}$  意味着  $\{$  黑客  $X_1$ 

自评本回合攻击成功,红客自评防御  $X_1$ 成功}  $\cup$  { 黑客  $X_1$ 自评本回合攻击失败,红客自评防御  $X_1$ 成功},即, {红客防御  $X_1$ 成功}

同理,

 $\{X_2=1,Y_2=1\}\cup\{X_2=0,Y_2=1\}$  意味着 $\{$  黑客  $X_2$  自评本回合攻击成功,红客自评防御  $X_2$ 成功 $\}\cup\{$  黑客  $X_2$ 自评本回合攻击失败,红客自评防御  $X_2$ 成功 $\}$ ,即, $\{$  红客防御  $X_3$ 成功 $\}$ 

所以,  $[\{X_1=1,Y_1=1\}\cup\{X_1=0,Y_1=1\}]\cap [\{X_2=1,Y_2=1\}\cup\{X_2=0,Y_2=1\}]$ 就等同于{某个回合红客防御成功}, 从而, 我们就得到了如下引理(它是引理1的逆)。

引理2 如果1比特信息在2-输入信道 F(防御信道)中被成功传输,那么,红客就在该回合中防御成功。

结合引理1和引理2,我们就得到了如下定理:

定理1 设随机变量  $X_1$ 、 $X_2$ 和 Z 如上所述,防御信道 F 是如下 2-接入信道  $(X_1, X_2, p(z \mid x_1, x_2), Z)$ ,那么,"红客在某回合中防御成功"就等价于"1 比特信息在防御信道 F 中被成功传输"。

根据文献[6]的定理 15.3.1 及其逆定理,我们知道信道 F 的可达容量区域为满足下列条件的全体  $(R_1,R_2)$ 所组成集合的凸闭包,

$$0 \leq R_{1} \leq \max_{X} I(X_{1}; Z \mid X_{2}),$$
  

$$0 \leq R_{2} \leq \max_{X} I(X_{2}; Z \mid X_{1}),$$
  

$$0 \leq R_{1} + R_{2} \leq \max_{X} I(X_{1}, X_{2}; Z).$$

这里最大值是针对所有独立随机变量  $X_1$  和  $X_2$  的概率分布而取的; I(A,B;C) 表示互信息,而  $I(A;B\mid C)$  表示条件互信息;  $Z=(Z_1,Z_2)=((1+X_1+Y_1)\mod 2,(1+X_2+Y_2)\mod 2)$ 。

利用定理1,并将上述可达容量区域的结果翻译 成攻防术语后,便得到:

定理 2 两个黑客  $X_1$ 和  $X_2$ 独立地攻击一个红客  $Y_0$  如果,在 n 个攻防回合中,红客成功防御第一个黑客  $r_1$ 次,成功防御第二个黑客  $r_2$ 次,那么,一定有:

$$\begin{split} 0 &\leqslant r_1 \leqslant n \big[ \max_X & I(X_1; Z \mid X_2) \big], \\ 0 &\leqslant r_2 \leqslant n \big[ \max_X & I(X_2; Z \mid X_1) \big], \\ 0 &\leqslant r_1 + r_2 \leqslant n \big[ \max_X & I(X_1, X_2; Z) \big]. \end{split}$$

而且,上述的上限是可达的,即,红客一定有某种最有效的防御方法,使得在n 次攻防回合中,红客成功防御第一个黑客 $r_1$ 次,成功防御第二个黑客 $r_2$ 次,的成功次数 $r_1$ 和 $r_2$ 达到上限: $r_1$ = $n[\max_X I(X_1;Z \mid X_2)]$ ,同时 $r_2$ = $n[\max_X I(X_2;Z \mid X_1)]$ 以及 $r_1$ + $r_2$ = $n[\max_X I(X_1,X_2;Z)]$ 。再换一个角度,还有:

如果红客要想成功防御第一个黑客 r,次,成功防

御第二个黑客  $r_2$ 次,那么,他至少得进行  $\max\{r_1[\max_X I(X_1;Z\mid X_2)],r_2[\max_X I(X_2;Z\mid X_1)],[\max_X I(X_1,X_2;Z)]\}$ 次防御。

下面来将定理 2 推广到任意 m 个黑客  $X_1, X_2, \cdots$ ,  $X_m$ ,独立地攻击一个红客  $Y = (Y_1, Y_2, \cdots, Y_m)$ 的情况。

仍然假设:攻防各方采取"回合制",并且,每个"回合"后,各方都对本次的攻防结果,给出一个"真心的盲自评",由于这些自评结果是不告诉任何人的,所以,有理由假设"真心的盲自评"是真实可信的,没必要做假。

对任意  $1 \le i \le m$ ,黑客  $X_i$ 按如下方式对自己每个回合的战果,进行真心盲自评:

黑客  $X_i$ 对本回合盲自评为成功,则  $X_i$  = 1; 黑客  $X_i$  对本回合盲自评为失败,则  $X_i$  = 0;

每个回合中,红客按如下方式对自己防御黑客  $X_1,X_2,\cdots,X_m$ 的成果,进行真心盲自评:任取整数集合  $\{1,2,\cdots,m\}$  的一个子集 S,记  $S^c$ 为 S 的补集,即, $S^c$  =  $\{1,2,\cdots,m\}$  -S, 再记 X(S) 为  $\{X_i:i\in S\}$ ,  $X(S^c)$  为  $\{X_i:i\in S^c\}$ , 如果红客成功地防御了 X(S) 中的黑客,但却自评被  $X(S^c)$  中的黑客打败,那么,红客的盲自评估就为:  $\{Y_i=1:i\in S\}$ ,  $\{Y_i=0:i\in S^c\}$ 。

上帝再造一个 m 维随机变量  $Z = (Z_1, Z_2, \cdots, Z_m)$  =  $((1+X_1+Y_1) \bmod 2, (1+X_2+Y_2) \bmod 2, \cdots, (1+X_m+Y_m) \bmod 2)$ ,即, $Z_i = (1+X_i+Y_i) \bmod 2$ ,1  $\leq i \leq m$ 。并利用随机变量  $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 和 Z 构造一个 m-接入信道,并称该信道为红客的防御信道  $G_o$ 

仿照上面 m=2 的证明方法,利用文献[6]的定理 15.3.6 及其逆定理,我们知道信道 G 的可达容量区域为满足下列条件的所有码率向量所成集合的凸闭包,

 $R(S) \leq I(X(S); Z \mid X(S^c))$ ,对 $\{1,2,\dots,m\}$ 的所有子集 $S_{\circ}$ 

这里 R(S) 定义为  $R(S) = \sum_{i \in S} R_i = \sum_{i \in S} [r_i/n]$ ,  $r_i/n$  是第 i 个输入的码率。

仿照前面,将该可达容量区域的结果翻译成攻防术语后,便得到:

定理 3 m 个黑客  $X_1, X_2, \dots, X_m$  独立地攻击一个 红客 Y。如果,在 n 个攻防回合中,红客成功防御第 i 个黑客  $r_i$ 次, $1 \le i \le m$ ,那么,一定有  $r(S) \le n[I(X(S); Z \mid X(S^c))]$ ,对  $\{1, 2, \dots, m\}$  的所有子集 S。这里  $r(S) = \sum_{i \in S} r_i$ 。而且,该上限是可达的,即,

红客一定有某种最有效的防御方法,使得在 n 次 攻防回合中,红客成功防御黑客集 S 的次数集合 r (S),达到上限: $r(S) = n[I(X(S);Z \mid X(S^c))]$ ,对 $\{1,2,\cdots,m\}$ 的所有子集 S。再换一个角度,还有:

如果红客要想实现成功防御黑客集 S 的次数集合

为 r(S),那么,他至少得进行  $\max\{r(S)/[I(X(S);Z|X(S^c))]\}$ 次防御。

#### 2 一位黑客攻击多位红客

为了增强安全性,红客在建设系统时,常常建设一个甚至多个(异构)备份系统,一旦系统本身被黑客攻破后,红客可以马上启用备份系统,从而保障业务的连续性。因此,在这种情况下,黑客若想真正取胜,他就必须同时攻破主系统和所有备份系统。这就是"一位黑客攻击多位红客"的实际背景,换句话说,只要有那怕一个备份未被黑客攻破,那么,就不能算黑客赢。当然,也许红客们并不知道是同一个黑客在攻击他们,至于红客们是否协同,都不影响下面的研究。

先考虑1个黑客攻击2个红客的情形,然后,再做推广。

设黑客  $X = (X_1, X_2)$  想同时攻击两个红客  $Y_1$  和  $Y_2$ 。由于这两个红客是两个互为备份系统的守卫者,因此,黑客必须同时把这两个红客打败,才能算真赢。

与上节类似,仍然假设:攻防各方采取"回合制", 并且,每个"回合"后,各方都对本次的攻防结果,给出 一个"真心的盲自评",由于这些自评结果是不告诉任 何人的,所以,有理由假设"真心的盲自评"是真实可 信的,没必要做假。

分别用随机变量  $Y_1$ 和  $Y_2$ 代表第一个和第二个红客,他们按如下方式对自己每个回合的战果,进行真心盲自评:

红客  $Y_1$ 对本回合防御盲自评为成功,则  $Y_1$  = 1;红客  $Y_1$ 对本回合防御盲自评为失败,则  $Y_1$  = 0;

红客  $Y_2$ 对本回合防御盲自评为成功,则  $Y_2 = 1$ ;红客  $Y_2$ 对本回合防御盲自评为失败,则  $Y_2 = 0$ ;

由于每个回合中,黑客要同时攻击两个红客,所以,用 2 维随机变量  $X = (X_1, X_2)$  代表黑客,他按如下方式对自己每个回合攻击  $Y_1$ 和  $Y_2$ 的成果,进行真心盲自评:

本回合 X 自评攻击  $Y_1$  成功, 自评攻击  $Y_2$  成功时, 记为,  $X_1=1$ ,  $X_2=1$ ;

本回合 X 自评攻击  $Y_1$  成功, 自评攻击  $Y_2$  失败时, 记为,  $X_1 = 1$ ,  $X_2 = 0$ ;

本回合 X 自评攻击  $Y_1$  失败, 自评攻击  $Y_2$  成功时, 记为,  $X_1 = 0$  ,  $X_2 = 1$ ;

本回合 X 自评攻击  $Y_1$ 失败,自评攻击  $Y_2$ 失败时, 记为, $X_1=0$ , $X_2=0$ ;

让黑客和红客们不断地进行攻防对抗,并各自记 下他们的盲自评结果。虽然他们的盲自评结果是保密 的,没有任何人知道,但是,上帝知道这些结果,而且, 根据"频率趋于概率"这个大数定律,上帝就可以计算 出如下概率:

$$\begin{array}{c} 0 < P_r(\ Y_1 = 1\ ) = f < 1\ ; \ 0 < P_r(\ Y_1 = 0\ ) = 1 - f < 1\ ; \\ 0 < P_r(\ Y_2 = 1\ ) = g < 1\ ; \ 0 < P_r(\ Y_2 = 0\ ) = 1 - g < 1\ ; \\ 0 < P_r(\ X_1 = 1\ , X_2 = 1\ ) = b_{11} < 1\ ; 0 < P_r(\ X_1 = 1\ , \ X_2 = 0\ ) \\ = b_{10} < 1\ ; \end{array}$$

$$0 < P_r(X_1 = 0, X_2 = 1) = b_{01} < 1; 0 < P_r(X_1 = 0, X_2 = 0)$$
 =  $b_{00} < 1;$ 

这里, $b_{00}+b_{01}+b_{10}+b_{11}=1$ 

上帝再造两个随机变量  $Z_1$ 和  $Z_2$ ,这里  $Z_1$  = ( $X_1$  +  $Y_1$ ) mod 2, $Z_2$  = ( $X_2$  +  $Y_2$ ) mod 2。并利用随机变量 X (输入)和  $Z_1$ 、 $Z_2$  (输出)构造一个 2-输出广播信道  $P(z_1,z_2 \mid x)$ ,并称该信道为黑客的攻击信道 G。(注:关于广播信道的细节,请见文献[G]的 15. G0。)

好了,下面来考虑几个事件恒等式:

{黑客 X 攻击成功} = { 黑客 X 攻击  $Y_1$  成功}  $\cap$  {黑客 X 攻击  $Y_2$  成功} = [ { 黑客 X 自评攻击  $Y_1$  成功, 红客  $Y_1$  自评防御失败}  $\cup$  { 黑客 X 自评攻击  $Y_1$  失败, 红客  $Y_1$  自评防御失败}  $\cup$  { 黑客 X 自评攻击  $Y_2$  成功, 红客  $Y_2$  自评防御失败}  $\cup$  { 黑客 X 自评攻击  $Y_2$  失败, 红客  $Y_2$  自评防御失败}  $\cup$  { 黑客 X 自评攻击  $Y_2$  失败, 红客  $Y_2$  自评防御失败}  $\cup$  {  $X_1$  = 0,  $Y_1$  = 0 }  $\cap$  [  $\{X_2$  = 1,  $Y_2$  = 0 }  $\cup$   $\{X_2$  = 0,  $Y_2$  = 0 }  $\cap$  [  $\{X_2$  = 1,  $Z_2$  = 0 }  $\cup$   $\{X_2$  = 0,  $Z_2$  = 0 }  $\cap$  [ 1 比特信息被成功地从广播信道 G 的第 1 个分支传输到目的地 ]  $\cap$  [ 1 比特信息被成功地从广播信道 G 的第 2 个分支传输到目的地 ] = [ 1 比特信息在广播信道 G 中被成功传输 ] 。

以上推理过程,完全可以逆向进行,所以,我们有: 定理 4 一个黑客  $X = (X_1, X_2)$  同时攻击两个红客  $Y_1$ 和  $Y_2$ ,如果在某个回合中黑客攻击成功,那么,1 比特信息就在上述 2-输出广播信道(攻击信道) G 中被成功传输,反之亦然。

下面再将定理 4 推广到 1 个黑客  $X = (X_1, X_2, \cdots, X_m)$ ,同时攻击任意 m 个红客  $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$  的情况。由于这 m 个红客是互为备份系统的守卫者,因此,黑客必须同时把这 m 个红客打败,才能算真赢。

仍然假设:攻防各方采取"回合制",并且,每个"回合"后,各方都对本次的攻防结果,给出一个"真心的盲自评",由于这些自评结果是不告诉任何人的,所以,有理由假设"真心的盲自评"是真实可信的,没必要做假。

对任意  $1 \le i \le m$ ,红客  $Y_i$ 按如下方式对自己每个回合的战果,进行真心盲自评:

红客  $Y_i$ 对本回合防御盲自评为成功,则  $Y_i=1$ ;红

客  $Y_i$ 对本回合盲自评防御为失败,则  $Y_i=0$ ;

每个回合中, 黑客按如下方式对自己攻击红客  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ 的成果, 进行真心盲自评: 任取整数集合  $\{1,2,\dots,m\}$  的一个子集 S, 记  $S^c$  为 S 的补集, 即,  $S^c$  =  $\{1,2,\dots,m\}$  一个子集 S, 记  $S^c$  为  $\{Y_i:i\in S\}$  ,  $Y(S^c)$  为  $\{Y_i:i\in S^c\}$  , 如果黑客自评成功地攻击了 Y(S) 中的红客,但却自评被  $Y(S^c)$  中的红客成功防御,那么,黑客 X 的盲自评就为:  $\{X_i=1:i\in S\}$  ,  $\{X_i=0:i\in S^c\}$  。

上帝再造 m 个随机变量  $Z_i$ ,这里  $Z_i = (X_i + Y_i)$  mod 2, $1 \le i \le m$ 。并利用随机变量 X(输入) 和  $Z_1$ , $Z_2$ ,…, $Z_m(输出)$  构造一个 m-输出广播信道  $p(z_1, z_2, \dots, z_m \mid x)$ ,并称该信道为黑客的攻击信道 H。(注:关于广播信道的细节,请见文献[6]的 15.6 节。)

好了,下面来考虑几个事件恒等式:

{黑客 X 攻击成功} =  $\bigcap_{1 \le i \le m}$  {黑客 X 攻击  $Y_i$  成功} =  $\bigcap_{1 \le i \le m}$  [{黑客 X 自评攻击  $Y_i$  成功,红客  $Y_i$  自评防御失败}  $\bigcup$  {黑客 X 自评攻击  $Y_i$ 失败,红客  $Y_i$  自评防御失败}] =  $\bigcap_{1 \le i \le m}$  [ $\{X_i = 1, Y_i = 0\}$   $\bigcup$  { $X_i = 0, Y_i = 0$ }] =  $\bigcap_{1 \le i \le m}$  [ $\{X_i = 1, Z_i = 1\}$   $\bigcup$  { $X_i = 0, Z_i = 0$ }] =  $\bigcap_{1 \le i \le m}$  [1 比特信息被成功地从广播信道 G 的第 i 个分支传输到目的地] = [1 比特信息在 m-广播信道 G 中被成功传输]。

以上推理过程,完全可以逆向进行,所以,我们有: 定理 5 一个黑客  $X = (X_1, X_2, \dots, X_m)$  同时攻击 m 个红客  $Y_1, Y_2, \dots, Y_m$ ,如果在某个回合中黑客攻击 成功,那么,1 比特信息就在上述 m-输出广播信道(攻击信道)H 中被成功传输,反之亦然。

根据上述定理 4 和定理 5,一个黑客同时攻击多个红客的问题,就完全等价于广播信道的信息容量区域问题。可惜,到目前为止,广播信道的信息容量区域问题还未被解决。

## 3 结束语

在实际的网络空间安全对抗中,还有两种常见的 攻击情况:(1)黑客借助跳板来攻击红客;(2)在有人 协助(比如,在红方有一个内奸)时,黑客攻击红客等。 可是,如何来研究这两种攻防极限呢?目前还没有答 案。

另一方面,在多用户信息论中,也有两种常见的信道:(1)中继信道(见文献[6]的15.7节);(2)边信息信道(见文献[6]的15.8节)。

我严重怀疑"中继信道可用于研究黑客的跳板攻击",同时,"边信息信道可用于研究有内奸攻击",但是,很可惜,我始终没能找到突破口。欢迎有兴趣的读

者来"接棒"。

#### 参考文献:

- [1] 杨义先,钮心忻,安全通论(1)之"经络篇"[EB/OL]. http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-944217. html,2015-12-18.
- [2] 杨义先,钮心忻,安全通论(2):攻防篇之"盲对抗"[EB/OL]. http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-947304. html,2016-01-01.
- [3] 杨义先,钮心忻,安全通论(3):攻防篇之"非盲对抗"之"石头剪刀布游戏"[EB/OL]. http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-948089. html,

2016-01-01.

- [4] 杨义先,钮心忻,安全通论(4):攻防篇之"非盲对抗"之"童趣游戏"[EB/OL]. http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-949155. html, 2016-01-09.
- [5] 杨义先,钮心忻,安全通论(5):攻防篇之"非盲对抗"收官作及"劝酒令"[EB/OL]. http://blog. sciencenet. cn/blog-453322-950146. html. 2016-01-13.
- [6] Thomas M Cover, Joy A Thomas. 信息论基础 [M]. 阮吉寿,张华,译. 北京:机械工业出版社 出版,2007.