文章编号：2096-1618(2017)03-0336-05

# 基于人工蜂群算法的供应链网络均衡问题研究

马 斌， 吴泽忠
(成都信息工程大学应用数学学院，四川 成都 610225)

**摘要**：供应链网络是一个复杂的动态系统，使供应链网络达到均衡状态是供应链管理决策中的一个重要问题。而人工蜂群算法可以通过若干智能体相互协作，高效的对复杂目标进行搜索。介绍了确定需求下的供应链网络均衡模型，运用变分不等式得到均衡模型，进而转化为无约束优化问题，并用人工蜂群算法求解。实验结果表明，人工蜂群算法能够在较短时间内找到满意的解，提高供应链网络的求解效率，为求解供应链网络提供了一种新的方法。

**关 键 词**：应用数学；优化与算法；供应链网络；变分不等式；动态网络均衡；人工蜂群算法
**中图分类号**：O224 **文献标志码**：A
**doi**：10.16836/j.cnki.jcuit.2017.03.016

## 0 引言

供应链网络是一个复杂的动态系统，涉及制造商、零售商、需求市场等多个决策主体，为在各成员利益均能保证的基础上，实现系统总体的利益最大化。当市场结构快速变化时，合理的供应链通过及时地调整与决策，能够较好地保持整个供应链的竞争优势。

分散式供应链网络主要包括制造商、零售商、需求市场3类决策目标。在供应链的系统中，制造商将产品运往零售商时，为其产品制定一个价格，而且在运往不同的零售商时会考虑产品的运输成本与交易成本，以此达到自己的最优生产数量与利润最大化。零售商涉及两方面的交易，与制造商的交易和与需求市场的交易，其利润最大化不仅取决于成本，而且取决于消费者愿意为产品支付的价格。消费者则会从零售商的售价和能承担的交易成本角度考虑自己的利益最大化。Nagurney 等[1-2]提出供应链网络均衡模型，并提出可以将模型转化变分不等式，利用修正投影法(Modified Projection Method)进行求解。Dong 等[3]提出随机需求条件下供应链均衡模型，也是通过修正投影法进行求解。Qiang Meng 等[4]基于 Nagurney 的模型提出用拟牛顿算法(Quasi-Newton algorithm)进行求解，并将两者求解的收敛速度，精确度进行对比。Liping Zhang 等[5]提出采用光滑牛顿算法(smoothing Newton algorithm)求解问题，避免了修正投影法严重依赖于 Lipschitz 常数与预先确定的步长。而事实上，上述传统的优化方法在求解供应链均衡模型的变分不等式中，往往计算量较庞大，消耗的时间也较长。

人工蜂群算法作为一种新兴的启发式算法，模拟自然界蜂群觅食过程来解决现实中的优化问题，如将人工蜂群算法用于 TSP 问题的求解[6]，参数估计[7]，数据挖掘[8-9]等。将人工蜂群算法用于供应链网络均衡的求解，解决供应链网络中参量多，初始值不好确定的问题，为供应链网络均衡的求解提供一种新的方法。通过举例说明人工蜂群算法解决供应链网络均衡模型变分不等式求解问题的有效性。

## 1 确定需求下供应链分散式决策网络模型

分散式供应链网络结果如图1所示，其包含 $m$ 个制造商，$n$ 个零售商以及 $o$ 个消费者。制造商 $i$ 与零售商 $j$ 之间的产品发货量为 $q_{ij}$，零售商与消费者之间的产品发货量为 $q_{jk}$，$q_{ij}$ 组成 $m \times n$ 维发货量矩阵 $\boldsymbol{Q}^1$，$q_{jk}$ 组成 $n \times o$ 维发货矩阵 $\boldsymbol{Q}^2$。$C_{ij}$ 表示制造商 $i$ 与零售商 $j$ 的交易成本(包含产品的运输成本)，每个制造商 $i$ 面对一个生产成本函数，其依赖于整个向量的生产量，表示为 $f_i$。确定需求是指在需求市场 $k$ 处消费者对商品的需求可以用 $d_k(\rho_3)$ 表示，其中 $\rho_{3k}$ 表示在需求市场 $k$ 处产品的价格，而 $\rho_3$ 表示需求市场价格的 $o$ 维列向量。假设生产成本函数、交易成本函数都是可微的。当制造商、零售商、需求市场同 时达到最优时，整个供应链网络是均衡的。

收稿日期：2016-10-21
基金项目：四川省软科学资助项目(2014ZR0016)；四川省社科重点资助项目(Xq14B06)

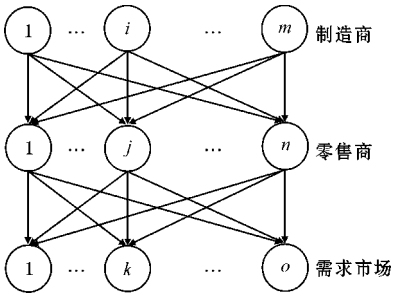


图 1　供应链网络结构

在均衡状态下的变分不等式[10]为

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left[\frac{\partial f_i(\boldsymbol{Q}^{1*})}{\partial q_{ij}}+\frac{\partial c_{ij}(q_{ij}^*)}{\partial q_{ij}}+\frac{\partial c_j(\boldsymbol{Q}^{1*})}{\partial q_{ij}}-\gamma_j^*\right]\times[q_{ij}-q_{ij}^*]+\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}[c_{jk}(Q^{2*})+\gamma_j^*-\rho_{3k}^*]\times[q_{jk}-q_{jk}^*]+\sum_{j=1}^{n}\left[\sum_{i=1}^{m}q_{ij}^*-\sum_{k=1}^{o}q_{jk}^*\right]\times[\gamma_j-\gamma_j^*]+\sum_{k=1}^{o}\left[\sum_{j=1}^{n}q_{ij}^*-d_k(\rho_3^*)\right]\times[\rho_{3k}-\rho_{3k}^*]\geq 0\quad\forall(Q^1,Q^2,\gamma,\rho_3)\in\kappa$$

$$\kappa\equiv\{(Q^1,Q^2,\gamma,\rho_3)\mid(Q^1,Q^2,\gamma,\rho_3)\in R_+^{mn+no+n+o}\}\tag{1}$$

将其等价的改写为 NCP 问题,即寻找一个列向量

$$\tilde{\boldsymbol{X}}=(Q^1,Q^2,\gamma,\rho_3)\in R^{mn+no+n+o}\tag{2}$$

使得 $\tilde{\boldsymbol{F}}(\tilde{\boldsymbol{X}})\geq 0,\tilde{\boldsymbol{F}}(\tilde{X})\tilde{X}^T=0$ 成立,其中

$$\tilde{\boldsymbol{F}}(\tilde{\boldsymbol{X}})=(\tilde{F}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^3(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^4(\tilde{\boldsymbol{X}}))\tag{3}$$

其中:

$$\tilde{F}^1(\tilde{\boldsymbol{X}})=(\tilde{F}_{11}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{1n}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{m1}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{mn}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}))\in R^{mn}\tag{4}$$

$$\tilde{F}^2(\tilde{\boldsymbol{X}})=(\tilde{F}_{11}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{1o}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{n1}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_{no}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}))\in R^{no}\tag{5}$$

$$\tilde{F}^3(\tilde{\boldsymbol{X}})=(\tilde{F}_1^3(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots\tilde{F}_n^3(\tilde{\boldsymbol{X}}))\in R^n\tag{6}$$

$$\tilde{F}^4(\tilde{\boldsymbol{X}})=(\tilde{F}_1^4(\tilde{\boldsymbol{X}}),\cdots,\tilde{F}_o^4(\tilde{\boldsymbol{X}}))\in R^o\tag{7}$$

向量 $\tilde{F}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^3(\tilde{\boldsymbol{X}}),\tilde{F}^4(\tilde{\boldsymbol{X}})$ 中的具体元素表示如下:

$$F_{ij}^1(\tilde{\boldsymbol{X}})=\frac{\partial f_i(Q^1)}{\partial q_{ij}}+\frac{\partial c_{ij}(q_{ij})}{\partial q_{ij}}+\frac{\partial c_j(Q^1)}{\partial q_{ij}}-\gamma_j,\quad i=1,\cdots,m;j=1,\cdots,n\tag{8}$$

$$\tilde{F}_{jk}^2(\tilde{\boldsymbol{X}})=c_{jk}(Q^2)+\gamma_j-\rho_{3k},j=1,\cdots,n;k=1,\cdots,o\tag{9}$$

$$\tilde{F}_j^3(\tilde{\boldsymbol{X}})=\sum_{i=1}^{m}q_{ij}-\sum_{k=1}^{o}q_{jk},\ j=1,\cdots,n\tag{10}$$

$$\tilde{F}_k^4(\tilde{\boldsymbol{X}})=\sum_{j=1}^{n}q_{jk}-d_k(\rho_3),k=1,\cdots,o\tag{11}$$

最后,通过价值函数

$$\varphi(a,b)=[\sqrt{a^2+b^2}-(a+b)]^2\tag{12}$$

将 NCP 问题转化为无约束优化问题如下:

$$\psi_1(\tilde{\boldsymbol{X}})=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\varphi(q_{ij},\tilde{F}_{ij}^1(\tilde{\boldsymbol{X}}))+\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{o}\varphi(q_{jk},\tilde{F}_{jk}^2(\tilde{\boldsymbol{X}}))+\sum_{j=1}^{n}\varphi(\gamma_j,\tilde{F}_j^3(\tilde{\boldsymbol{X}}))+\sum_{k=1}^{o}\varphi(\rho_{3k},\tilde{F}_k^4(\tilde{\boldsymbol{X}}))\tag{13}$$

即求

$$\min\psi_1(\tilde{\boldsymbol{X}})\ \tilde{\boldsymbol{X}}\in R^{mn+no+n+o}\tag{14}$$

## 2　算法

人工蜂群算法是(artificial bee colony, ABC)及其改进算法[11-13]是由 Karaboga[14-16]在前人研究的基础上系统地提出的一种群体智能优化算法,其基本思想是让蜂群通过个体分工和信息交流,相互协作完成采蜜任务。人工蜂群算法对目标函数和约束没有要求,在迭代搜索过程中基本不利用外部的信息,仅以适应度函数为进化的依据,具有操作简单、控制参数少、搜索精度高的特点。

### 2.1　基本原理

人工蜂群算法主要包含采蜜蜂、跟随蜂和侦查蜂 3 种个体。将食物源的位置抽象为一个可行的解,采蜜蜂的数量和食物源的数量相等,采蜜蜂和跟随蜂各占蜂群总数的一半。假设初始种群含有 $N$ 个解(采蜜蜂或跟随蜂数量),每个解是一个 $D$ 维的向量, $D$ 表示优化问题参量的个数。采蜜蜂首先寻找食物源,根据式(5)进行食物源的位置更新:

$$new\_X_i^j=X_i^j+rand()(X_i^j-X_k^j)\tag{15}$$

其中:$i,k\in\{1,2,\cdots,N\}$ 与 $j\in\{1,2,\cdots,D\}$ 是从集合中任意选取的,并且 $k\neq i$, $rand()$ 是取值在 $[-1,1]$ 内的随机数,采蜜蜂在位置跟新以后采用贪婪原则进行食物源的确定,即若当前位置更新后的食物源含蜜量高于旧食物源含蜜量时,用新的位置代替旧的位置,否则继续旧蜜源的开采。即选择适应度较高的解,放弃较低的解。跟随蜂根据采蜜蜂的食物源信息,按照轮盘赌方式选择食物源:

$$P_i=\frac{fit_i}{\sum_{j=1}^{N}fit_j}\tag{16}$$

$$fit_i=\begin{cases}\dfrac{1}{1+f_i}, f_i\geq 0\\ 1+|f_i|, f_i<0\end{cases}\tag{17}$$

其中：$P_i$ 表示第 $i$ 个解被选择的概率；$f_i$ 表示优化问题的目标函数；$fit_i$ 表示第 $i$ 个解的适应度值。人工蜂群算法中有一个重要的控制参数“*Limit*”，即若采蜜蜂、观察蜂搜寻（蜜源处停留）的次数“$trial(i)$”超过限定的次数“*Limit*”，仍然没有找到更高适应度的蜜源，且该食物源又不是当前的全局最优解，则说明该解陷入了局部最优中，就放弃该蜜源，同时采蜜蜂或者跟随蜂转化为侦查蜂，并随机产生一个新的食物源替代原食物源：

$$X_i^j = X_{\min}^j + rand(0,1)(X_{\max}^j - X_{\min}^j), trial(i) \geq Limit \tag{18}$$

其中：$j \in \{1,2,\cdots,D\}$，$X_i^j$ 表示第 $i$ 个解的第 $j$ 个分量，$rand(0,1)$ 表示 $[0,1]$ 内的随机数。

### 2.2 算法步骤

采用人工蜂群算法求解供应链网络均衡问题步骤如下：

Step1 设置算法的主要参数，如种群规模 $N$、每一个个体的维度 $D$（供应链中变量个数）、蜂群的最大迭代次数 maxCycle、限制搜索次数 *Limit*；

Step2 在搜索区域内随机生成种群的初始解，通过（13）式计算每个解的值 $\psi_1$，令 $iter = 1$；

Step3 采蜜蜂进行目标搜索，根据式（17）产生新的食物源（供应链 D 维变量中某一个发生改变），并计算其适应度值 $\psi_1$，Step2 与 Step3 中 $\psi_1$ 进行比较，按照贪婪准则进行选择；

Step4 根据式（15）、（16）计算食物源（所有供应链网络的解）被选择的概率 $P_i$；

Step5 跟随蜂根据 $P_i$ 选择将要进行深度挖掘的解，根据式（14）产生新解，计算适应度值 $\psi_1$；

Step6 判断 Limit 次数，若有放弃的解，则侦查蜂由式（17）产生一个替代解；

Step7 记录当前 $\psi_1$ 的最小值，算法迭代次数 $iter = iter + 1$；

Step8 判断若 $iter < \max Cycle$，则转向步骤 3；否则停止。

## 3 算例与分析

### 3.1 算例求解

**例 1** 该例子由 2 个制造商，2 个零售商，2 个消费者组成，如图 2 所示。

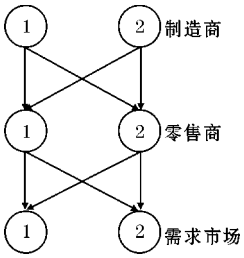


图 2 例 1 供应链网络结构

制造商的生产成本函数：

$f_1(q) = 2.5q_1^2 + q_1q_2 + 2q_1, f_2(q) = 2.5q_2^2 + q_1q_2 + 2q_2$

制造商和零售商的交易成本函数：

$c_{11}(q_{11}) = 0.5q_{11}^2 + 3.5q_{11}$，$c_{12}(q_{12}) = 0.5q_{12}^2 + 3.5q_{12}$

$c_{21}(q_{21}) = 0.5q_{21}^2 + 3.5q_{21}$，$c_{22}(q_{22}) = 0.5q_{22}^2 + 3.5q_{22}$

零售商的管理成本函数：

$$c_1(Q^1) = 0.5\left(\sum_{i=1}^{2} q_{i1}\right)^2, c_2(Q^1) = 0.5\left(\sum_{i=1}^{2} q_{i2}\right)^2$$

需求市场的需求函数：

$$d_1(\rho_3) = -2\rho_{31} - 1.5\rho_{32} + 1000$$

$$d_2(\rho_3) = -2\rho_{32} - 1.5\rho_{31} + 1000$$

零售商和消费者的交易成本函数：

$$c_{11}(Q^2) = q_{11} + 5,\ c_{12}(Q^2) = q_{12} + 5$$

$$c_{21}(Q^2) = q_{21} + 5, c_{22}(Q^2) = q_{22} + 5$$

实验结果：利用人工蜂群算法求解：设置种群数为 200，最大迭代次数 500 次，*Limit* 设置为 50 次，个体搜索范围为 $[0,400]$。在 Matlab 2010a 上进行实验，最终在第 490 代取得最小值，最小值为 0.014817，函数值 $\psi_1$ 与迭代次数关系如图 4，$\psi_1$ 趋于 0，迭代结果可近似的认为是最终解 $\tilde{X} = (Q^{1*}, Q^{2*}, \gamma^*, \rho^*)$。

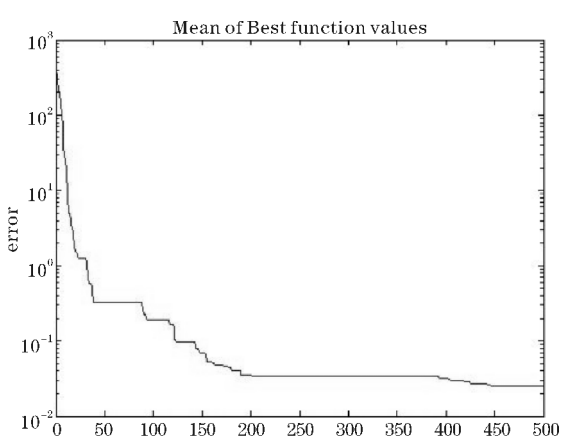


图 3 例 1 函数值曲线

将人工蜂群算法得到的结果与 Nagurney 的修正投影法[1]进行对比如表 1 所示。

表 1　两种求解方法实验结果对比(例 1)

| | $Q^{1*}$ | $Q^{2*}$ | $\gamma^*$ | $\rho_3^*$ |
|---|---|---|---|---|
| 人工蜂群算法 | (16.68,16.53,16.54,16.67) | (16.59,16.60,16.60,16.60) | (254.65,254.63) | (276.22,276.23) |
| 修正投影法 | (16.61,16.61,16.61,16.61) | (16.61,16.61,16.61,16.61) | (254.62,254.62) | (276.22,276.22) |

表 2　两种求解方法实验结果对比(例 2)

| | $Q^{1*}$ | $Q^{2*}$ | $\gamma^*$ | $\rho_3^*$ |
|---|---|---|---|---|
| 人工蜂群算法 | (14.54,14.56,17.32,17.18) | (15.88,15.87,15.88,15.88) | (255.75,255.76) | (276.65,276.63) |
| 修正投影法 | (14.51,14.51,17.23,17.23) | (15.87,15.87,15.87,15.87) | (255.78,255.78) | (276.65,276.65) |

**例 2**　该例子的供应链网络结构同例 1,将 $f_1(q)$, $c_{11}(q_{11})$,$c_{12}(q_{12})$ 做如下改动:

$$f_1(q) = 2.5q_1^2 + q_1q_2 + 12q_1$$

$$c_{11}(q_{11}) = q_{11}^2 + 3.5q_{11}, c_{12}(q_{12}) = q_{12}^2 + 3.5q_{12}$$

实验结果:参数设置同例 1,最终在第 480 代取得最小值,最小值为 0.0419,函数值与迭代次数如图 5,对比结果如表 2 所示。

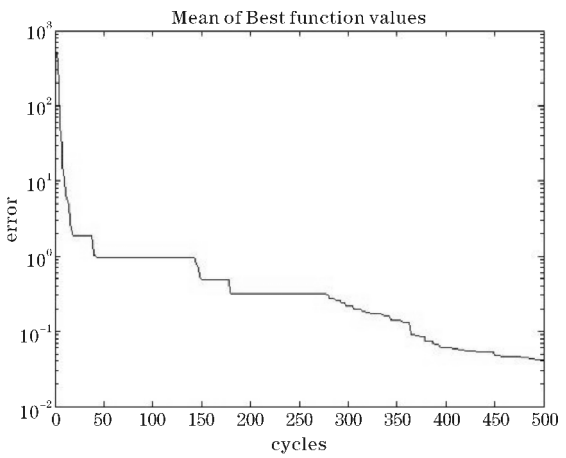


图 4　例 2 函数值曲线

### 3.2　结果分析

从 2 个例子的函数图像中可以看出,人工蜂群算法具有具有较快的收敛速度,特别是在算法的前期,能够迅速的收敛到最优解附近,说明算法具有很强的全局搜索能力;在算法的中后期,由于人工蜂群算法中独有的 *Limit* 参数,使得算法中后期蜂群仍有较强的搜索能力,不至于过早的陷入局部最优。

修正投影法中不同的 Lipschitz 常数与初值设置的不同可能对结果有较大的影响,而人工蜂群算法不用考虑 Lipschitz 常数、初值条件、迭代步长等一系列可能会影响到结果的参量,让蜂群在解空间中随机进行搜索,不进行人为的干预。结果表明,两次实验在短时间内也找到了相对满意的结果,并且显示出人工蜂群算法控制参数少,随机搜索能力强的优势。

## 4　结束语

首先介绍了确定需求下的供应链网络均衡模型,将其转化为非线性互补(NCP)问题,进而转化为无约束优最优化问题,介绍了人工蜂群算法的具体过程,最后运用人工蜂群算法对该问题进行求解。通过 2 个算例说明了用人工蜂群算法求解供应链网络均衡的有效性,具有控制参数少,收敛速度快,能在较短时间内得到可以接受的解等优势,为求解供应链网络均衡提供了新的方法。

## 参考文献:

[1] Anna Nagurney, June Dong, Ding Zhang. A supply chain network equilibrium model[J]. Transportation Research Part E, 2002, 38: 281-303.

[2] Nagurney Nagurney, Toyasaki T. Supply chain network equilibrium model[J]. Transportation Research 2002, 38E: 281-303.

[3] June Dong, Ding Zhang, Anna Nagurnry. A supply chain network equilibrium model with random demands[J]. European Journal of Operational Research, 2004, 156: 194-212.

[4] Qiang Meng, Yi Kai Huang, Ruey Long Cheu. A not on supply chain network equilibrium models[J]. Transportation Research Part E, 2007, 43: 60-71.

[5] Liping Zhang, Yuan Zhou. A new approach to supply chain network equilibrium models[J]. Computer & Industrial Engineering, 2012, 63: 82-88.

[6] 胡中华,赵敏,基于人工蜂群算法的 TSP 仿真[J]. 北京理工大学学报,2009,29(11):978-982.

[7] 火久元,张耀南,赵红星. 人工蜂群算法及其在参数估计中的应用[J],计算机工程,2014,40(12):166-171.

[8] Zhang C S, Ouyang D T, Ning J X. An artificial bee colony approach for clustering[J]. Expert Systems with Applications, 2011: 4761-4767.

[9] Karaboga D, Ozturk C. A novel clustering approach: Artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. Applied Soft Computing, 2011, (11): 652-657.

[10] Anna Nagurney. Network Economics: A Variational Inequality Approach[M]. Revised Second ed. Kluwer Academic Publishers, 1999.

[11] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization, Technical Report-TR06[R]. Erciyes University, 2005.

[12] Basturk B, Karaboga D. An artificial bee colony algorithm for numeric function optimization[J]. IEEE Swarm Intelligence Symposium, 2006.

[13] Karaboga D, Basturk B. A powerful and Efficient Algorithm for Numerical FunCtion Optimization: Artificial Bee Colony Algorithm[J]. Journal of Global Optimization, 2007, 39(3): 459-471.

[14] Theraulaz G, Coss S, Greggers U, et al. Task differentiation in polistes wasp colonies: A model for self-organizing groups of robots//Proceedings of the 1st International Conference on Simulation of Adaptive Behavior on from Animals to Animals [J]. Massachusetts: MIT press, 1991: 346-355.

[15] Seeley T D. The wisdom of the hive: The social physiology of honey bee colonies[M]. Cambridge: Harvard University Press, 1995.

[16] Biesmeijer J C, Seeley T D. The use of waggle dance information by honey bees throughout their foraging carrers[J]. Behav Ecol Sociobiol, 2005, 59: 133-142.

# Research on Supply Chain Network Equilibrium Model based on Artificial Bee Colony Algorithm

MA Bin, WU Ze-zhong

(College of Applied Mathematics, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

**Abstract**: Supply chain is a complex dynamic system, it is an important problem to find the final supply chain network equilibrium status in supply chain management. The artificial bee colony (ABC) algorithm can search complicated targets efficiently by cooperating with several agents. The equilibrium model of supply chain under deterministic demand is introduced in this paper, the variational inequality method is used to obtain the equilibrium model, which is transformed into an unconstrained continuously differentiable minimization formulations and artificial bee colony algorithm is capable of finding a solution of the model. The simulation results show that it can improve the efficiency of solving supply chain network problems by finding relatively satisfactory solutions in a short time, and a new method is provided for solving the supply chain network.

**Keywords**: applied mathematics; optimization and algorithm; supply chains networks; variational inequalities; dynamic network equilibrium; artificial bee colony algorithm