

文章编号: 2096-1618(2019)03-0246-05

基于无噪图像块先验的 MRI 低秩分解去噪算法研究

张禹涵¹, 符颖¹, 杨智鹏², 邹书蓉¹

(1. 成都信息工程大学计算机学院, 四川 成都 610225; 2. 成都信息工程大学电子工程学院, 四川 成都 610225)

摘要:针对核磁共振图像中存在莱斯噪声的现象,提出一种基于无噪图像块先验的 MRI 低秩分解去噪算法。该算法首先利用高斯混合模型学习无噪核磁共振图像块的先验;然后将带有无噪核磁共振图像块先验的高斯混合模型用于噪声核磁共振图像块聚类,并将聚类后每个高斯类中的核磁共振图像块叠在一起构成低秩矩阵并对其进行低秩分解操作来达到去除噪声的目的;最后根据去噪后的数据重建清晰核磁共振图像。实验结果表明相较于各项异性滤波,非局部均值滤波和权重核范数最小化复原算法,文中方法在 PSNR 值、SSIM 值和视觉上有较大提升,在去除噪声的同时,能较好地保留图像本身的纹理细节信息。

关键词:核磁共振图像去噪;高斯混合模型;图像块先验;低秩矩阵分解;莱斯噪声

中图分类号:TP391

文献标志码:A

doi:10.16836/j.cnki.jcui.2019.03.007

0 引言

核磁共振图像(magnetic resonance image, MRI)在成像或传输过程中易受噪声污染,因而为了得到高质量的 MRI,其去噪算法的研究具有重要意义和价值。目前,已存在较多的 MRI 去噪算法^[1],其中滤波方法是较经典的去噪方法。滤波方法主要是基于信号平均原则,通过限制图像灰度值间的方差或梯度达到去噪的目的。McVeigh 等^[2]针对 MRI 中的高斯白噪声提出了空间滤波器。图像中的边缘、纹理和噪声都同属于高频信号,而空间滤波器是通过减少图像中的高频信息对 MRI 进行去噪,因此空间滤波器在去除噪声的同时会使图像趋于平滑。Gerig 等^[3]针对空间滤波器中存在的问题,提出一种非线性的各向异性滤波器(anisotropic diffusion filter, ADF)去除 MRI 中的噪声。Buades 等^[4]提出的非局部均值去噪算法(nonlocal means, NLM)打破了利用邻近小范围内的像素点去除噪声的模式,并被 Manjón 等^[5]运用到 MRI 去噪中。近几年来,基于图像块先验的去噪算法被提出^[6]。Yu 等^[7]提出基于块的分段线性估计算法利用高斯混合模型(Gaussian mixture model, GMM)来学习局部图像块的先验;Zoran 等^[8]提出了基于 GMM 的块似然对数期望算法,利用 GMM 学习外部无噪图像块的先验。除此之外,基于图像稀疏性和低秩性的低秩矩阵分解算法也被广泛应用于图像去噪中,其去噪原理是对图像矩阵的秩做限制。但当噪声强度较大时,低秩分解去噪算法结果中会出现较多的噪声残留,去噪不充分。王圳萍等^[9]通过在模型中添加全变差正则项来提升低秩复原

算法的去噪效果。Liu 等^[10]通过引入 F 范数作为新的正则项来增强图像解的稳定性。但这些改进的低秩去噪算法主要是利用噪声图像本身的先验信息而没有考虑无噪图像的先验。基于文献[8]和[11],文中利用无噪核磁共振图像块的先验信息引导噪声核磁共振图像块聚类,提出一种基于无噪图像块先验的 MRI 低秩分解去噪算法,实验结果表明提出方法的有效性。

1 基于 GMM 的图像块聚类原理

1.1 图像块的 GMM 概率表示

将一副图像 I 有重叠地切割成 m 个同等大小的图像块,构成集合 $RI = (R_1I, \dots, R_iI, \dots, R_mI)$, 其中 R_iI 表示图像 I 中的第 i 个图像块。假定图像块集合 RI 能被划分成 K 类,若 GMM 中有 K 个高斯类,那么集合 RI 中任意一个图像块 R_iI ,其概率可以表示为

$$p(R_iI | \Theta) = \sum_{k=1}^K w_k p_k(R_iI | \mu_k, \Sigma_k) \quad (1)$$

其中: $\Theta = (\mu_1, \dots, \mu_K, \Sigma_1, \dots, \Sigma_K, w_1, \dots, w_K)$ 表示高斯混合模型的参数集合; w_k, μ_k, Σ_k 和 $p_k(R_iI | \mu_k, \Sigma_k)$ 分别为第 k 个高斯分布的权重、均值、协方差矩阵和密度函数, $p_k(R_iI | \mu_k, \Sigma_k)$ 表达式为

$$P_k(R_iI | \mu_k, \Sigma_k) = c \exp \left(-\frac{1}{2} (R_iI - \mu_k)^T \Sigma_k^{-1} (R_iI - \mu_k) \right) \quad (2)$$

其中: c 为归一化常数,负指数为 R_iI 与 μ_k 之间的马氏距离,刻画了 R_iI 与 μ_k 之间的相关性。相比欧式距离,马氏距离能有效刻画数据之间相关性,排除数据之间的相关性干扰,因此能更加有效地衡量 R_iI 与 μ_k 之间的相似度。

1.2 聚类

为简化表达,用类标签 $C = (c_1, c_2, \dots, c_m)$, $c_i \in \{1, 2, \dots, K\}$ 来表示各图像块所属的高斯类; $p(R_i I, c_i = k | \Theta)$ 表示在 GMM 参数集合 Θ 下, $R_i I (i=1, \dots, m)$ 属于第 k 个高斯类的概率。假定图像块 $R_i I$ 与图像块 $R_j I (i, j=1, \dots, m, i \neq j)$ 相互独立,则在 GMM 参数集合 Θ 下,将图像块集合 RI 聚成 K 类的概率可表示为

$$p(RI, C | \Theta) = \prod_{i=1}^m p(R_i I, c_i | \Theta) \quad (3)$$

在等式(3)两边取对数可得

$$\begin{aligned} \log p(RI, C | \Theta) &= \sum_{i=1}^m \log p(R_i I, c_i | \Theta) \\ &= \sum_{i=1}^m \log p(c_i) p(R_i I | c_i) \end{aligned}$$

再结合(1)式

$$\sum_{i=1}^m \log p(c_i) p(R_i I | c_i) = \sum_{i=1}^m \log w_{c_i} p_{c_i}(R_i I | \mu_{c_i}, \Sigma_{c_i}) \quad (4)$$

2 基于无噪图像块先验的MRI去噪算法

2.1 去噪模型

给定一副噪声MRI Y , 对其进行分块得到图像块集合 $RY = (R_1 Y, \dots, R_i Y, \dots, R_m Y)$ 。假定 GMM 参数集合 Θ 通过学习无噪核磁共振图像块的先验信息已知, 则基于 GMM 先验可将 RY 划分成 K 类。用 $\bar{R}_k Y = [R_{k_1}, \dots, R_{k_{d(k)}}]$ 表示由第 k 类中所有图像块构成的矩阵($d(k)$ 表示第 k 类中相似图像块的数量), 因同一高斯类中的图像块包含的结构信息是相似的, 则可将 $\bar{R}_k Y$ 作如下分解:

$$\bar{R}_k Y = Z_k + N_x \quad (5)$$

式中 Z_k 、 N_x 分别是低秩矩阵和噪声矩阵, 低秩矩阵即为去噪后的图像数据。假定图像中每个像素点上的噪声是独立同分布, 从条件概率角度看, 则 $p(\bar{R}_k Y | Z_k) \propto \exp\left(-\frac{1}{\sigma^2} \|\bar{R}_k Y - Z_k\|_F^2\right)$ 。最小化如(6)式所示的能量函数 $E(Z_k)$ 可得到 Z_k 的值:

$$E(Z_k) = \tau \|Z_k\|_* + \frac{1}{\sigma^2} \|\bar{R}_k Y - Z_k\|_F^2 \quad (6)$$

其中: τ 是正常数, σ 是噪声标准差; $\|\cdot\|_*$ 是矩阵的核范数; $\|\cdot\|_F$ 是矩阵的 Frobenius 范数。如(6)式所示的秩最小化问题, 可通过权重核范数最小化方法优化求解^[12]。令 $U \Sigma V^T$ 是 $\bar{R}_k Y$ 的 SVD 分解, 则

$$Z \hat{R}_k = U S_w(\Sigma) V^T \quad (7)$$

其中 $S_w(\Sigma)$ 是奇异值收缩算子。

综合以上分析, 给定噪声MRI Y , 可通过以下目标函数重建无噪MRI X :

$$\begin{aligned} (\hat{X}, \hat{C}, \{\hat{Z}_k\}) &= \argmin_{X, \hat{C}, \{\hat{Z}_k\}} \frac{\lambda}{\sigma^2} \|Y - X\|_2^2 - \log p(RY, C | \Theta) + \\ &\quad \sum_{k=1}^K E(Z_k) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 λ 为正常数, σ 为噪声标准差。图1为 GMM 先验下的聚类可视化结果。图1(a)为15%莱斯噪声强度下的聚类结果; 图1(b)和图1(c)为在 GMM 先验下文方法循环了1和6次的聚类结果; 图1(d)为无噪MRI的聚类结果, 不同的颜色代表不同的类别。从图1可以看出, 随着循环次数的增加, 复原结果的聚类图(图1c)越来越接近于无噪MRI的聚类结果图(图1d), 这说明带有无噪图像块先验的 GMM 能有效引导图像块聚类, 有助于提升低秩分解去噪算法的效果。

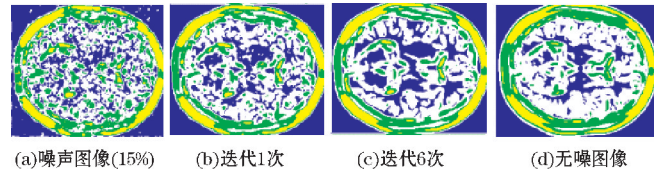


图1 聚类可视化结果

2.2 MRI 中噪声的特性

无噪MRI X 的信号可表示为 $X = \sqrt{R^2 + I^2}$, R 和 I 分别为两个独立不相关的高斯分布实部和虚部; 噪声MRI Y 的信号可由 R 和 I 表示为:

$$Y = \sqrt{(R + n_{\text{real}})^2 + (I + n_{\text{imaginary}})^2} \quad (9)$$

其中 n_{real} 和 $n_{\text{imaginary}}$ 表示噪声的实部和虚部信号。MRI 中的噪声常被认为服从莱斯 (Rician) 分布, 因此其中的噪声被称为莱斯噪声, 莱斯分布的概率密度函数一般可表示为

$$p(Y | X, \sigma) = \frac{Y}{\sigma^2} e^{-\frac{Y^2 + X^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{XY}{\sigma^2}\right) u(Y) \quad (10)$$

其中, $I_0(\cdot)$, $u(\cdot)$ 分别是第一类修正 Bessel 函数和单位阶跃函数。MRI 的黑暗无信号的低信噪比区域, Rician 噪声分布近似于瑞利分布; 在明亮有信号的高信噪比区域, Rician 噪声分布近似于高斯分布。由此可见, 莱斯噪声信号依赖于图像信号。Nowak 认为在 MRI 模平方图像空间中, 噪声信号与 MRI 信号之间产生了大小为 $2\sigma^2$ 的偏差, 由此提出核磁共振幅度图像平方法^[13], 即在 MRI 平方信号值中减去 $2\sigma^2$ 的偏差就能得到原始 MRI 平方信号值。因此, 结合式(8), 文中对重建后的 MRI 信号 \hat{X} 进行偏差校正得到了最终复原的真实 MRI 信号 X_{final} :

$$X_{\text{final}} = \sqrt{\hat{X}^2 - 2\sigma^2 E} \quad (11)$$

其中 E 为与 \hat{X} 同型的单位矩阵。

3 实验

3.1 高斯类别数 K 的确定

在无噪核磁共振图像块集合上可通过 EM 算法^[14]训练得到 GMM 参数集合 Θ , 但在学习这些参数之前, 需要确定 GMM 中的高斯类别数 K 。因此, 文中

在无噪核磁共振图像块训练集 T 上针对不同 K 值 (90、100、120 和 150) 进行训练,得到相应的 GMM 先验;再在如图 2(b)和图 2(c)所示的 MRI 数据上进行去噪实验,得到如表 1 和表 2 所示的结果(T 中包含的图像块数量大小约为 7×10^6 ,由 50 幅来自 Brian web 仿真数据库(simulated brain database, SBD)^[15] 的无噪核磁共振图像分块构成)。从表 1 和表 2 可以看出,不同 K 值在相同噪声强度下的 PSNR 值相差很小。根据实验经验,文中 GMM 中的类别数 K 固定为 100。在 Intel(R) Xeon(R) CPU E5-2620 v3 @ 2.40 GHz 的计算机设备上,训练 100 个高斯类的 GMM 参数集合 Θ 需要大约 20 小时。

3.2 仿真实验

为验证文中方法的有效性,分别应用文中方法与非局部均值(nonlocal means NLM)^[5]、偏差校正的非局部均值(unbiased nonlocal means, UNLM)^[5]、ADF^[3]和核范数最小化复原算法(weighted nuclear norm minimization, WNNM)^[12]在合成和真实的 MRI 数据上进行去噪对比实验。由于 WNNM 主要是针对自然图像中的高斯噪声提出的去噪算法,实验中采用方差稳定变换(variance stabilization transformation, VST)^[16]来消除莱斯噪声与 MRI 信号的依赖性,使 WNNM 算法能去除莱斯噪声,简称该算法为 WNNM-VST。图 2(a)来自文献[5],图 2(b)和图 2(c)来自文献[17],图 2(d)为真实 MRI,采集于 3T 的 philips intera achieva 核磁共振图像扫描仪。NLM、UNLM 和 ADF 的代码来源于原作者,实验环境为 Matlab8.5.0,模型中参数固定为 0.18。

在如图 2(a)所示 MRI 中,加入强度为 5% 的莱斯噪声,使用 ADF、NLM、UNLM、WNNM-VST 和文中方法进行去噪处理。图 3 显示了这 5 种算法的去噪结果。由图 3 可知,ADF 的去噪结果中有少许噪声残留;NLM、UNLM、WNNM-VST 和文中方法均能有效地去除所加的莱斯噪声,但文中方法的去噪结果(图 3g)更接

近原始图像(图 3a),取得了更好的复原效果。同时,表 3 也给出了这 5 种去噪算法在图 2(a)上外加 1%、3%、5% 莱斯噪声后去噪结果的 PSNR 值和 SSIM 值。观察表 3 可知,文中方法取得了较高的 PSNR 值和 SSIM 值。在这 3 种噪声强度下,文中方法较 ADF 在 PSNR 值上至少有 7 dB 提升,对应 SSIM 值上有 0.08 ~ 0.18 的提升;较 NLM 在 PSNR 值上有 5 dB 左右的提升,对应 SSIM 值有 0.07 ~ 0.16 的提升;较 UNLM 在 PSNR 值上有 0.17 ~ 0.74 dB 提升;较 WNNM-VST 在 PSNR 值上有 0.11 ~ 0.45 dB 的提升。从数值上也说明文中方法在有效去除 MRI 中的莱斯噪声的同时,能够较好地保留 MRI 本身的结构信息。

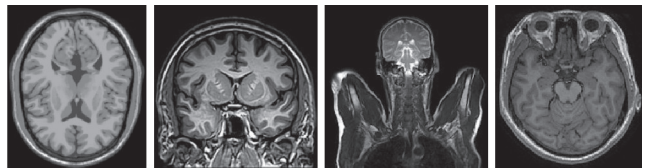


图2 实验对象

表1 不同值在不同噪声强度下去噪结果的 PSNR 比较 dB

K	PSNR			
	1%	3%	5%	7%
90	42.195 0	34.720 5	31.146 1	28.814 1
100	42.206 0	34.715 7	31.165 0	28.833 2
120	42.203 2	34.718 4	31.157 8	28.819 0
150	42.206 4	34.718 3	31.146 2	28.817 4

表2 不同值在不同噪声强度下去噪结果的 PSNR 比较 dB

K	PSNR			
	1%	3%	5%	7%
90	42.930 9	35.321 0	31.880 8	29.662 5
100	42.925 7	35.345 4	31.909 9	29.673 0
120	42.924 6	35.331 2	31.874 2	29.668 7
150	42.934 4	35.336 3	31.898 2	29.684 7

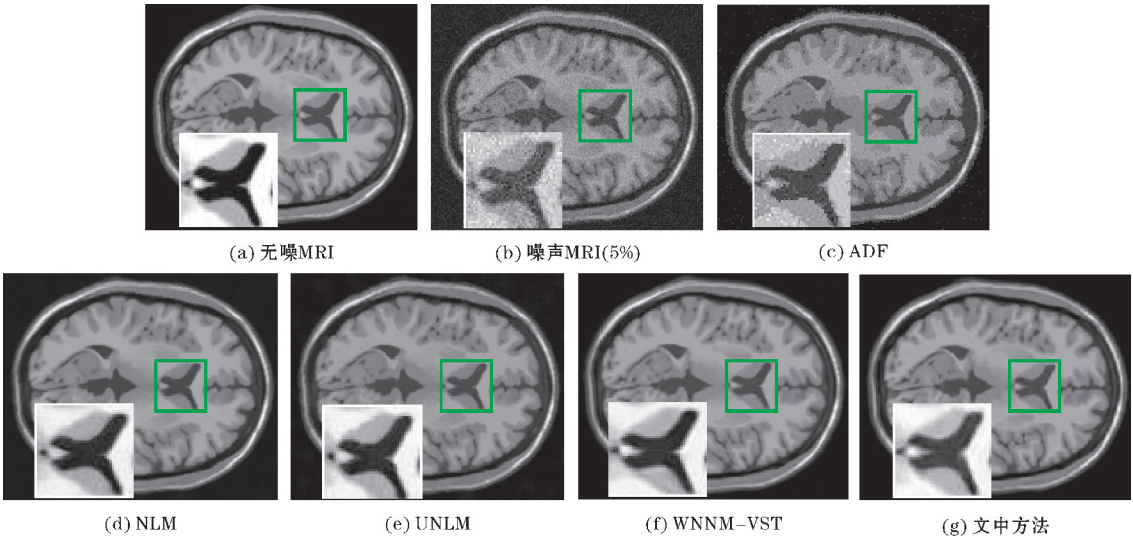


图3 5% 莱斯噪声强度下各方法去噪结果

表 3 各方法在不同莱斯噪声强度下去噪结果的 PSNR 和 SSIM 比较

方法	PSNR			SSIM		
	1%	3%	5%	1%	3%	5%
ADF	29.77	29.14	26.85	0.91	0.88	0.78
NLM	39.64	33.03	28.77	0.92	0.84	0.80
UNLM	43.62	37.34	33.88	0.99	0.96	0.91
WNNM-VST	43.91	37.40	34.41	0.99	0.98	0.96
文中方法	44.36	37.51	34.54	0.99	0.98	0.96

3.3 真实 MRI 实验

除 ADF 外,NLM,UNLM,WNNM-VST 和文中方法进行去噪处理的前提是已知噪声的标准差,为了实验的顺利进行,实验过程中采用 Rajan 等^[18]提出的方法估计真实 MRI(图 2d)的噪声标准差为 1。图 4 为 ADF,NLM,UNLM,WNNM-VST 和文中方法在真实 MRI 数据(图 2d)上的去噪结果(denoised results),局部放大图(local magnification)和残差结果(residuals)。从图 4 所示的各方法去噪结果和局部放大图来看,这 5 种方法均能有效去除

图像中的莱斯噪声。但通过分析比较图 4 中各方法的残差图可知,ADF 的残差结果中包含明显的图像轮廓和纹理细节信息;NLM 残差结果中包含较明显的边缘信息;UNLM 残差图中包含的边缘轮廓信息较 ADF 和 NLM 少;WNNM-VST 的残差图像的边缘轮廓也较为明显;相比其他几种方法,文中方法的残差结果中基本不包含纹理结构,其中的图像轮廓也最不明显。以上实验结果分析说明,相比其余的几种方法,文中方法在真实 MRI 复原上保留图像轮廓和纹理细节的能力最强,在去除噪声的同时能最大程度地保留图像本身的信息。

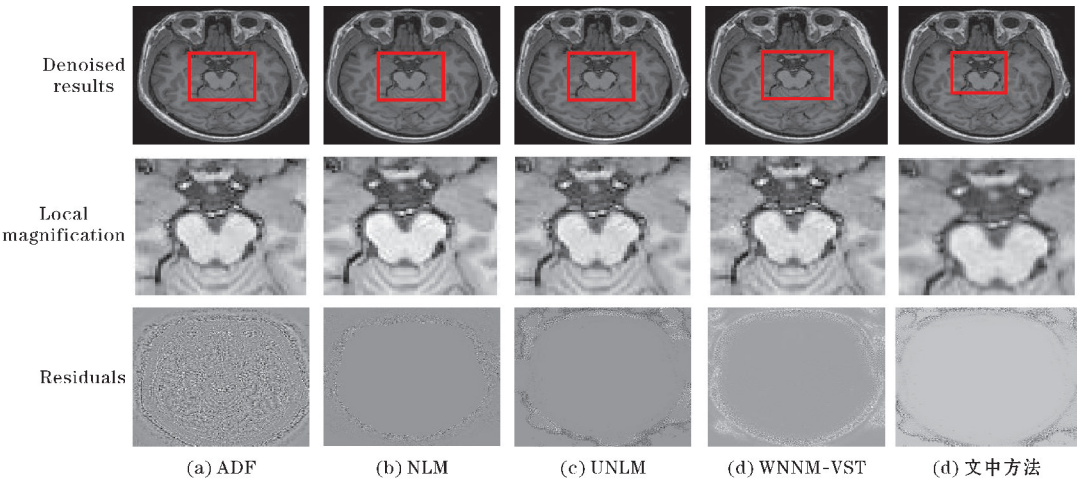


图 4 各方法在真实 MRI($\sigma=1$)数据上的去噪结果

4 结束语

核磁共振图像是医生诊断病人病情的有效辅助工具,但在成像和传输过程中易被噪声污染。文中针对核磁共振图像中存在的莱斯噪声问题,结合无噪核磁共振图像块先验和噪声核磁共振图像块的非局部自相似性,提出一种基于无噪图像块先验的 MRI 低秩分解去噪算法。实验结果说明文中方法能有效地去除 MRI 中的莱斯噪声并较大程度地保留 MRI 原有的细节信息。

参考文献:

[1] More S,V V Hanchate. A Survey on Magnetic Resonance Image Denoising Methods[J]. International Research Journal of Engineering and Technology,

2016,3(5):7.
[2] Mcveigh E R, Henkelman R M, Bronskill M J. Noise and filtration in magnetic resonance imaging [J]. Medical Physics,1985,12(5):586.
[3] Gerig G,Kübler O,Kikinis R,et al. Nonlinear anisotropic filtering of MRI data [J]. IEEE transactions on medical imaging,1992,11(2):221-32.
[4] Buades A, Coll B, Morel J M. A Non-Local Algorithm for Image Denoising[C]. 2005,2:60-65.
[5] Manjón J V, Carbonellcaballero J, Lull J J, et al. MRI denoising using non-local means[J]. Medical Image Analysis,2008,12(4):514.
[6] 黄静静. 基于图像块先验和 Bootstrap 的图像去噪算法研究[D]. 西安:西安电子科技大学,2015.
[7] Yu G,Sapiro G, Mallat S. Solving Inverse Problems With Piecewise Linear Estimators: From Gaussian

- Mixture Models to Structured Sparsity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2012, 21 (5): 2481.
- [8] Zoran D, Weiss Y. From learning models of natural image patches to whole image restoration [C]. 2011:479-486.
- [9] 王圳萍. 基于低秩矩阵恢复的图像去噪算法研究[D]. 成都:西南交通大学, 2015.
- [10] Liu X, Ma J, Zhang X, et al. Image denoising of low-rank matrix recovery via joint Frobenius norm [J]. Journal of Image & Graphics, 2014.
- [11] Chen F, Zhang L, Yu H. External Patch Prior Guided Internal Clustering for Image Denoising [C]. 2015:603-611.
- [12] Gu S, Zhang L, Zuo W, et al. Weighted Nuclear Norm Minimization with Application to Image Denoising [C]. 2014:2862-2869.
- [13] Nowak R D. Wavelet-based Rician noise removal for magnetic resonance imaging [J]. IEEE Transactions on Image Processing A Publication of the IEEE Signal Processing Society, 1999, 8 (10): 1408.
- [14] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. Journal of the royal statistical society. Series B (methodological), 1977, 39:1-38.
- [15] Cocosco C A, Kollokian V, Kwan K S, et al. BrainWeb; Online Interface to a 3D MRI Simulated Brain Database [J]. Neuroimage, 1997, 5:425.
- [16] Foi A. Noise estimation and removal in MR imaging: The variance-stabilization approach [C]. 2011:1809-1814.
- [17] Eksioğlu E M. Decoupled Algorithm for MRI Reconstruction Using Nonlocal Block Matching Model; BM3D-MRI [J]. Journal of Mathematical Imaging & Vision, 2016, 56(3):430-440.
- [18] Rajan J, Poot D, Juntu J, et al. Noise measurement from magnitude MRI using local estimates of variance and skewness [J]. Physics in Medicine & Biology, 2010, 55(16):441-449.

Low Rank Decomposition for MRI Denoising based on Noise-free Image Patch Prior

ZHANG Yuhan¹, FU Ying¹, YANG Zhipeng², ZOU Shurong¹

(1. College of Computer Science, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China; 2. College of Electronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: In this paper, a low-rank matrix decomposition MRI denoising algorithm based on noise free image patch prior is proposed. Firstly, the algorithm learns the parameters of the Gaussian mixture model (GMM) from the noise-free MR image patch. The learned GMM with noise-free MR image patches priors is then used to guide the clustering of noisy MR image patches. Secondly, the image patch of noisy images in same Gaussian class are vectorized as a low-rank matrix. By a low-rank matrix decomposition process, the correspond denoised image data can be obtained. Thirdly, the clean image can be reconstructed from these denoised image data. Lastly, compared with the non-local means (NLM), the unbiased non-local means (UNLM), the anisotropic diffusion filtering (ADF) and the weighted nuclear norm minimization with variance stabilization transformation (WNNM-VST), our proposed method can effectively remove the Rician noise in the magnetic resonance image and has a great improvement in numerical results and visual effects.

Keywords: MRI denoising; Gaussian mixture model; image patch prior; low-rank matrix decomposition; Rician noise