

文章编号: 2096-1618(2019)06-0565-08

一种基于压缩感知的均匀线阵频率不变波束优化方法

李俊潇¹, 何培宇¹, 崔 敖¹, 廖峰乙¹, 徐自励²

(1. 四川大学电子信息学院, 四川 成都 610064; 2. 中国民用航空局第二研究所, 四川 成都 610041)

摘要:频率不变波束形成技术属于恒定束宽波束形成,能解决宽带信号中不同频率分量对应的波束响应不一致问题。针对现有的一类以均匀线阵为模型将恒定主瓣宽度作为约束条件的频率不变波束形成方法,当阵元个数确定后,形成的波束主瓣宽度和旁瓣水平往往达不到实际需求,借助压缩感知理论和阵列虚拟扩展的思想,提出一种改善波束性能的新方法。提出的方法以均匀线阵为模型,利用阵列虚拟扩展增大阵列的孔径,引入压缩感知理论(compressed sensing, CS)进行信号预处理,并利用二阶锥规划(second order cone programming, SOCP)进行频率不变波束形成。由于压缩感知的恢复算法可以对压缩采样矩阵采集的信号进行精确重构,从而达到以更少的阵元获得相同的波束形成器性能。换言之,在相同的阵元个数条件下,通过阵列虚拟扩展增大了阵列的孔径,提出的方法比基于SOCP的频率不变波束形成方法有更窄的主瓣宽度和更低的旁瓣水平,仿真结果也表明了该方法的有效性,在相关工程实践中具有一定的参考价值。

关键词:压缩感知;虚拟阵列扩展;二阶锥规划;频率不变波束优化

中图分类号: TN91

文献标志码: A

doi: 10.16836/j.cnki.jcuit.2019.06.001

0 引言

阵列信号处理技术是空时域信号处理的一个重要实现手段,现在已经被广泛应用于声呐、雷达、通信等众多领域^[1]。波束形成技术又是阵列信号处理技术的重要组成部分,主要包括:估计信号的来波方向(DOA估计)^[2-3];使阵列只接收感兴趣区域的信号,进行空域滤波。在早期的研究中,波束形成主要是针对窄带信号。随着信号处理环境日趋复杂和信号处理技术的不断提高,波束形成技术的研究也从窄带信号变为宽带信号。因此,宽带波束形成技术已经成为阵列信号处理研究的一个重要方向^[4-5]。

对一个设计好的阵列,当采用常规宽带波束形成方法时,由于不同频率分量对应的波束主瓣宽度不一致,从而导致阵列接收的宽带信号频谱发生畸变。这种畸变会对后续进行的信号处理算法产生不良影响,从而影响波束形成器的性能。频率不变波束形成技术能解决上述问题,使阵列无失真地接收宽带信号。频率不变波束形成是阵列接收的信号经过滤波或加权后,与每一个工作频带内形成的波束响应和信号的频率无关,且波束主瓣宽度保持不变。常用设计思路是随着频率变化而变化每个阵元的加权矢量,或针对每个阵元分别设计滤波器。鄢社峰等^[6-7]提出了基于二阶锥规划(second-order cone programming, SOCP)的频率不变波束形成方

法,该方法仅要求设计波束在主瓣区域逼近于预先指定的期望波束,所以其设计精度较高。此外,WeiLiu等^[8]利用阵列波束响应与各阵元的FIR滤波器频率响应关系,提出一种基于多维逆傅里叶变换的频率不变波束形成方法,为提高该方法在低频带的频率不变性,王东霞等^[9]提出了改进的方法。旁瓣波束形成一致性出现误差的情况是由于范数界限的控制而引起的,WeiLiu等^[10]在2013年针对这一问题提出了一种新的鲁棒的固定频率不变波束形成技术。因麦克风通道间存在失配误差而导致波束形成器性能变差,为克服这一问题,陈苏婷等^[11]提出了基于SRV-CLS的稳健可控频率不变波束形成。上述提到的频率不变波束形成方法,都需要预先指定期望波束响应,然后再通过优化技术进行波束形成器的设计。对设计期望波束响应而言,波束主瓣宽度会随着阵元个数减少而变宽,波束旁瓣水平会随着阵元个数变少而变高,影响波束形成器的性能,但是目前所有的频率不变波束形成方法都只是将目标定于实现恒定束宽波束,并没有将波束的主瓣宽度和旁瓣水平优化作为研究内容,因此关于这方面的研究还鲜有报道。针对这个问题,以均匀线阵为模型,结合压缩感知理论提出的频率不变波束形成方法可以对波束的形成器的性能进行优化。

压缩感知(compressed sensing, CS)^[12]是一种能够充分利用信号稀疏性或可压缩性的全新信号采集、编解码理论。CS理论指出,当信号具有稀疏性或可压缩性时,CS能够在远远小于奈奎斯特采样率的条件下,

用随机采样获取信号的离散样本,然后通过非线性重建算法^[13-14]近似甚至完美地重建信号。在阵列信号处理领域,文献[15]指出在时域中,压缩感知可以降低模数转换器的采样率,在空间域中,压缩感知可以把大量阵元压缩为极少的阵元。对于实际工程中的阵列,如采集语音信号的麦克风阵列:当阵元的间距满足空间采样定理时,由于阵元个数和阵列孔径已经固定,这时波束形成器的综合性能也已经固定,不能再继续提高;对于阵元间距不满足空间采样定理的阵列,采用频率不变波束形成方法形成的波束图会发生畸变。为解决这个问题,将压缩感知理论与阵列虚拟扩展思想相结合,实现频率不变波束形成的同时,对波束的性能指标进一步提升。

CS理论指出,当信号能用一组稀疏基线性表示,就可以认为信号是稀疏或可压缩的,这时就可以用一个与稀疏基不相关的测量矩阵将信号投影到低维空间中,通过求解优化问题就可以求出信号的稀疏系数,进而得到原信号。因此,可以将 M 个稀疏阵元虚拟扩展为 N 个阵元($M < N$),通过压缩感知对信号进行预处理,由于引入了压缩感知对阵列进行了扩展,扩展后的阵列孔径增加,从而形成的波束主瓣宽度比直接使用 M 个阵元进行波束形成的主瓣宽度窄,波束旁瓣水平比直接使用 M 个阵元进行波束形成的旁瓣水平低。实验仿真结果表明:当阵元个数相同时,采用提出的方法比传统的基于SOCP的频率不变波束形成方法具有更窄的主瓣宽度和更低的旁瓣水平,波束形成器的性能得到了较明显的改善。

1 压缩感知理论模型

1.1 阵列信号模型

考虑一个有 N 个阵元的均匀天线阵列,阵元间距为 $\lambda/2$,其中 λ 为入射信号的波长。现在有 K 个远场信号入射到天线阵列上,信号的幅度和入射角为别为 $s_k(t)$ 和 θ_{sk} , ($k=1,2,\dots,K$)。其中一个信号为期望信号,其余 $K-1$ 个信号为干扰信号。阵列的接收信号用向量 \mathbf{X} 表示, $\mathbf{X}=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$ 。不考虑接收机噪声,有

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K s_k(t) \mathbf{a}(\theta_{sk}) \quad (1)$$

其中 \mathbf{X} 是 $N \times L$ 的矩阵, L 为快拍数, $\mathbf{a}(\theta_{sk})$ 表示阵列在 θ_{sk} 方向的导向矢量,可以表示为

$$\mathbf{a}(\theta_{sk}) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_{sk})/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(N-1)d \sin(\theta_{sk})/\lambda}]^T \quad (2)$$

其中 d 为阵元间距,即 $\lambda/2$ 。

式(1)用矩阵形式可以表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} \quad (3)$$

\mathbf{A} 为 $N \times K$ 维的方向矢量矩阵, \mathbf{S} 为 $K \times L$ 维的信号矩阵。

1.2 压缩感知模型

由于CS理论的前提条件是信号具有稀疏性或可压缩性,为使模型简单化,考虑一长度为的离散实值信号 \mathbf{X} ,记为 $x(n)$, $n=1,2,\dots,N$ 。由信号处理基础理论可知,信号 \mathbf{X} 能够用一组基 $\boldsymbol{\psi}^T = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_m, \dots, \psi_M]$ 的线性组合来表示为

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \psi_k \cdot \alpha_k = \boldsymbol{\psi}\mathbf{A} \quad (4)$$

式中 \mathbf{A} 与 \mathbf{X} 是 $N \times 1$ 维矩阵, $\boldsymbol{\psi}$ 是 $N \times N$ 维矩阵。当信号 \mathbf{X} 在某个稀疏基 $\boldsymbol{\psi}$ 上仅有 $K \ll N$ 个非零系数(或远大于零的系数) α_k 时,称 $\boldsymbol{\psi}$ 为信号 \mathbf{X} 的稀疏基,信号的稀疏度即为 K 。

在CS编码测量模型中,并不是直接测量稀疏信号 \mathbf{X} ,而是将 \mathbf{X} 投影到一组测量向量 $\boldsymbol{\Phi} = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m, \dots, \varphi_M]$ 上,得到测量值 $y_m = \langle \mathbf{X}, \varphi_m^T \rangle$,写成矩阵形式为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X} \quad (5)$$

其中: \mathbf{X} 是 $N \times 1$ 维矩阵, \mathbf{y} 是 $M \times 1$ 维矩阵, $\boldsymbol{\Phi}$ 是 $M \times N$ 维的测量矩阵。将式(4)代入式(5)中,有

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{X} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\psi}\mathbf{A} = \boldsymbol{\Theta}\mathbf{A} \quad (6)$$

式中 $\boldsymbol{\Theta} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\psi}$ 是 $M \times N$ 矩阵,这里称之为传感矩阵。

由于测量值维数 M 远小于信号维数 N ,求解式(5)的逆问题是一个病态问题,所以无法直接从 \mathbf{y} 的 M 个测量值中直接解出信号 \mathbf{X} 。而由于式(6)中的 \mathbf{A} 是 K 稀疏的,即仅有 K 个非零系数,而且 $K < M \ll N$,那么利用信号稀疏分解理论中已有的系数分解算法,可以通过求解式(6)的逆问题得到稀疏系数 \mathbf{A} ,再代回式(4)就可以进一步得到信号 \mathbf{X} 。为了保证算法的收敛性,使 K 个系数能够由 M 个测量值准确地恢复,式(6)中矩阵 $\boldsymbol{\Theta}$ 必须满足受限等距特性(restricted isometry property, RIP)准则。

1.3 压缩感知和阵列信号处理

把信号的入射角度范围平均分为 N 等分,得到 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ 每一个角度对应一个方向矢量,把这个方向矢量构建为一个变换矩阵

$$\boldsymbol{\psi} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)] \quad (7)$$

接收信号向量 \mathbf{X} 可表示为

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\psi}\mathbf{S} \quad (8)$$

其中, \mathbf{S} 为 \mathbf{X} 在变换矩阵 $\boldsymbol{\psi}$ 上的投影系数向量,

其中 $\mathbf{X} = \langle \mathbf{S}, a(\theta_{sk}) \rangle, \theta_{sk} (k=1, 2, \dots, K)$ 均为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$ 中之一。则投影系数向量 \mathbf{S} 有 $[0, 0, \dots, s_1(t), 0, \dots, 0, \dots, s_K(t), 0, \dots, 0]$ 的形式, 即 $s_k(t)$ 随机分布在 $N-K$ 个 0 当中。由此可见向量 \mathbf{S} 中只有少数元素是非零的, 即信号 \mathbf{X} 在稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 上仅有 $K \ll N$ 个非零系数 $s_k(t)$, 称 $\boldsymbol{\Psi}$ 为信号 \mathbf{X} 的稀疏基, \mathbf{X} 信号的稀疏度为 K 。

因此, 根据前面所述的压缩感知理论, 测量矩阵 Φ 可以选择 $M \times N (M < N)$ 维随机矩阵, 进一步得

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{X} = \Phi \boldsymbol{\Psi} \mathbf{S} = \Theta \mathbf{S} \quad (9)$$

其中, \mathbf{X} 是 $N \times 1$ 维信号矢量, \mathbf{y} 是 $M \times 1$ 维信号矢量, \mathbf{S} 是 $N \times 1$ 维稀疏信号向量。因此, 可以用 M 个随机稀疏阵元采集信号, 根据压缩感知的重构算法恢复出 N 个阵元采集的信号, 从而达到减少阵元数量的目的。

1.4 恢复算法

常用的压缩感知的恢复算法主要有正交匹配追踪法 (OMP)、压缩采样追踪法 (CoSaMP)、子空间追踪法 (SP) 等。OMP 算法具有比较低的复杂度和较好的精度, 所以后续的信号恢复实验中采用 OMP 算法进行信号的恢复重构。

采用正交匹配追踪算法进行信号的恢复重构过程, 实际上是一个 l_1 范数最优化问题, 其基本思想: 首先构造一个由小波基表示的字典矩阵, 然后在该字典矩阵中寻找一个与信号 \mathbf{X} 最匹配的列向量, 并计算两者之间的差值, 记为残差。然后继续选择与信号残差最为匹配的列向量, 循环下去。最后, 原始信号 \mathbf{X} 可以由这些作为稀疏逼近的列向量的线性组合加上最后的残差值决定, 如果残差值在可以忽略的范围内, \mathbf{X} 就是这些列向量的线性组合。该算法的详细步骤为

输入:

$M \times N$ 维的传感矩阵 $\Theta = \Phi \boldsymbol{\Psi}$

$N \times 1$ 维的观测向量 \mathbf{y}

信号的稀疏度 K

输出:

信号稀疏表示系数估计值 $\hat{\mathbf{S}}$

$N \times 1$ 维残差 $\mathbf{r}_L = \mathbf{y} - \Theta_L \mathbf{s}_L$

算法流程为

(1) 初始化残差值 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}, \Lambda_0 = \emptyset, \Theta_0 = \emptyset, t = 1$;

(2) 找到索引 λ_t , 使

$$\lambda_t = \arg \max_{j=1, 2, \dots, N} | \langle \mathbf{r}_{t-1}, \boldsymbol{\theta}_j \rangle |;$$

(3) 令 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{ \lambda_t \}, \Theta_t = \Theta_{t-1} \cup \boldsymbol{\theta}_{\lambda_t}$;

(4) 求 $\mathbf{y} = \Theta_t \mathbf{s}_t$ 的最小二乘解

$$\hat{\mathbf{s}}_t = \arg \min_{\mathbf{s}_t} \| \mathbf{y} - \Theta_t \mathbf{s}_t \| = (\Theta_t^T \Theta_t)^{-1} \Theta_t^T \mathbf{y};$$

(5) 更新残差

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \Theta_t \hat{\mathbf{s}}_t = \mathbf{y} - \Theta_t (\Theta_t^T \Theta_t)^{-1} \Theta_t^T \mathbf{y};$$

(6) $t = t + 1$, 如果 $t < L$ 则返回第(2)步, 否则停止, 进入第(7)步;

(7) 重构所得的稀疏矩阵 $\hat{\mathbf{S}}$ 在 Λ_t 处有非零值, 其值分别为最后一次迭代所得 $\hat{\mathbf{s}}_t$ 。获得 $\hat{\mathbf{S}}$ 后, 就可以获得重构后的信号: $\hat{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\Psi} \hat{\mathbf{S}}$ 。

上述流程中, \mathbf{r}_t 表示残差值, t 表示迭代次数, \emptyset 表示空集, Λ_t 表示第 t 次迭代的索引 (列序号) 集合, λ_t 表示第 t 次迭代的索引 (列序号), $\boldsymbol{\theta}_j$ 表示矩阵 Θ 的第 j 列, Θ_t 表示按索引 Λ_t 选出的矩阵 Θ 的列集合 (大小为 $M \times t$ 的矩阵), \mathbf{s}_t 为 $t \times 1$ 的列向量, L 表示迭代次数。符号 \cup 表示集合并运算, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示求向量的内积。获得 $\hat{\mathbf{S}}$ 后, 就可以获得重构后的信号: $\hat{\mathbf{X}} = \boldsymbol{\Psi} \hat{\mathbf{S}}$ 。

2 基于压缩感知的频率不变波束形成

2.1 方法原理

提出的基于压缩感知的一维频率不变波束旁瓣水平优化方法原理如图 1 所示。该方法的基本思想是: 首先将包含 M 个阵元的均匀线阵扩展为具有 M 个实阵元和 $N-M$ 个虚拟阵元组成的 N 元阵列。其次, 用这个 N 元虚拟阵列对某一个方向入射的远场窄带信号进行采集, 得到 M 个采样值的稀疏阵列样本, 并使用压缩感知的恢复算法对信号进行恢复。然后, 利用内点法计算相对于 N 元线阵的加权矢量。最后, 利用加权矢量进行波束形成。

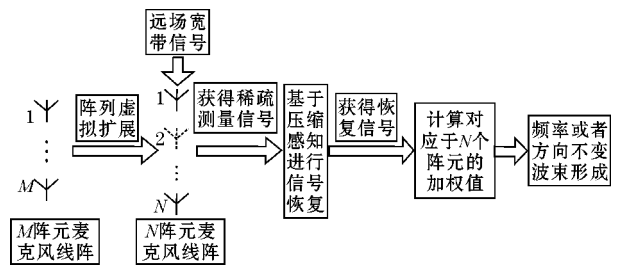


图1 恒定束宽波束旁瓣水平优化方法原理框图

2.2 阵列的虚拟扩展

提出的阵列虚拟扩展方法, 能在利用少数阵元的情况下虚拟出较大的阵列孔径, 并可以让阵元位置对信号的恢复精度影响较小。其基本原理如下:

假设现有一阵元间距为半波长 ($\lambda/2$) 的均匀线阵, 阵元个数为 M , 阵列如图 2(a) 所示。则此时的阵列孔径 D_M 为

$$D_M = M \times (\lambda/2) = M\lambda/2 \quad (10)$$

在已知信号稀疏度 K 的情况下, 可将原始 M 元阵

列拓展为 N 元阵列。根据压缩感知的理论可知, M 和 N 之间应该满足如下的数量关系:

$$M \ll N \leq K e^{(M/K)} \quad (11)$$

对阵列进行虚拟拓展的方式是:将均匀线阵的阵元个数增大为 N 个,并将原有的 M 个阵元随机分布于其中的 M 个位置,且保证第一个阵元和最后一个阵元为实阵元,其余的 $N-M$ 个位置为虚阵元即没有阵元,相邻阵元之间的间距仍为 $\lambda/2$ 。对此时的虚拟均匀线阵阵元从左到右按从小到大的顺序进行编号,如图 2(b) 所示。

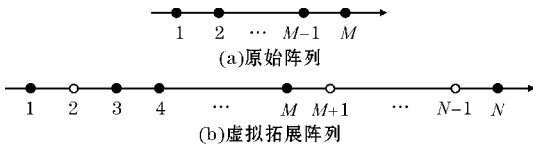


图2 原始阵列与虚拟拓展阵列

阵列虚拟拓展之后的阵列孔径为

$$D_N = N \times (\lambda/2) = N\lambda/2 \quad (12)$$

可见,相对于原始阵列而言,虚拟拓展之后的阵列孔径有了明显的增加。

对阵列的虚拟扩展的方法是:从原始的 N 个阵元中随机抽取 M 个阵元作为压缩采样阵元,并将原始的 M 个阵元随机分布在其中的 M 个位置中,且保证第一个和最后一个阵元是实际阵元。抽取的算法为:产生 N 个在 $[0,1]$ 区间均匀分布的随机数并记录下这 N 个随机数的序号,然后抽取 M 个随机数所对应的序号作为需要得到的压缩采样阵元的序号。这样就得到了 M 个阵元的分布位置和其对应的测量矩阵 Φ ,之后就可以进行信号恢复了。

2.3 基于压缩感知进行信号恢复以及 N 元加权矢量的计算

假设一个远场窄带信号从角度 θ 入射到虚拟阵列上,由于此时阵列只有 M 个实际阵元,那么得到的接收信号实际上是缺失了部分信息的不完整的信号。这个接收信号可以视为是入射信号 \mathbf{X} 的一个稀疏测量值,因此可以利用压缩感知的恢复算法对其进行恢复,进而可以得到对应于 N 元虚拟阵列的虚拟加权值。具体的实现方法如下:

N 元虚拟阵列的接收信号可写为

$$\mathbf{X}_{\text{virtual}}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_N(n)]^T \quad (13)$$

$\mathbf{X}_{\text{virtual}}(n)$ 为 $N \times 1$ 维。由于该接收信号中只有 M 项是有值的,其余的 $N-M$ 项的值为零,由该接收信号的 M 个非零值可组成压缩测量值 $\mathbf{y}_{\text{compressed}}(n)$, 为

$$\mathbf{y}_{\text{compressed}}(n) = [y_1(n), y_2(n), \dots, y_M(n)]^T \quad (14)$$

该压缩测量值 $\mathbf{y}_{\text{compressed}}(n)$ 为 $M \times 1$ 维,对应的是虚拟阵列中的 M 个实际阵元。在得到压缩测量值后,就可以利用压缩感知的恢复算法进行对应于 N 元虚拟阵列的信号恢复。这里采用 OMP 方法恢复信号,恢复出的信号为

$$\mathbf{X}_{\text{recovery}}(n) = [x_1(n), x_2(n), \dots, x_N(n)]^T \quad (15)$$

得到恢复信号 $\mathbf{X}_{\text{recovery}}$ 后,还需要进行 N 维虚拟加权矢量的计算。由于阵列虚拟扩展的目的是:仅利用少数的阵元,通过压缩感知的恢复与权值的重新计算,得到对应于 N 元阵列的波束图,此波束图与实际的具有 N 个阵元的阵列形成的波束应是一致的。因此可以以具有 N 个实际阵元的阵列形成的波束为参考,进行 N 维虚拟加权矢量的计算。具体的方法如下:

首先,假设有一个具有 N 个实际阵元、相邻阵元间距为半波长的均匀线阵,通过波束形成方法(频率不变或方向不变)对其进行权值设计,得到 $N \times 1$ 维的加权矢量 $\mathbf{W}_{\text{optimal}} = [w_1, w_2, w_3, \dots, w_{N-1}, w_N]^T$ 。由于阵列信号的输出可表示为

$$\mathbf{Z}(z) = \mathbf{W}^H \mathbf{X}(n) \quad (16)$$

用 $\mathbf{Z}_{\text{optimal}}(n)$ 来表示此时的信号输出,则其可写为

$$\mathbf{Z}_{\text{optimal}}(n) = \mathbf{W}_{\text{optimal}}^H \mathbf{X}(n) \quad (17)$$

以此输出信号为参考,可以得到这样的表达式:

$$\mathbf{Z}_{\text{optimal}}(n) = \mathbf{W}_{\text{recovery}}^H \mathbf{X}_{\text{recovery}}(n) \quad (18)$$

式(18)是一个欠定方程,因此理论上应该有无穷多解,但是由于该问题是一个数值计算问题,因此可以采用内点法求解此方程的最优权值 $\mathbf{W}_{\text{recovery}}$ 。获得对应于 N 元虚拟阵列的虚拟加权值 $\mathbf{W}_{\text{recovery}}$ 后,可以进一步结合频率不变波束形成方法进行波束形成。

2.4 基于 SOCP 的均匀线阵频率不变波束形成

波束形成技术是一种以数字方法来实现波束的技术,是利用已知的传感器阵列,对阵元接收到的窄带信号进行线性加权求和输出,得到期望方向的信号,抑制干扰方向的信号。用压缩感知恢复了信号后,用获得的对应于 $\mathbf{W}_{\text{recovery}}$ 元虚拟阵列的虚拟加权值,结合基于 SOCP 的频率不变波束形成技术进行波束形成。

基于 SOCP 的频率不变波束形成方法既可以在频域实现,又可以在时域实现。文中采用在频域实现。频域实现的方式是将波束响应和不同频率对应的加权矢量 \mathbf{W}_k 的设计问题表示成凸优化的形式,然后转化成二阶锥规划要求的表达形式,通过内点法 SeDuMi 求最优解。由于该方法是数值方法,所以适用于任意几何形状传感器阵列。

上述方法的实现步骤为

(1) 将宽带信号均匀划分为 K 个窄带信号,即信

号的频带范围被划分为 K 个子带,将每一个划分出来的子带视为窄带。

(2)确定一个参考频率,采用窄带波束优化设计方法设计出期望波束响应。参考频率取工作频带内的最低频率。

(3)采用基于 SOCP 的频率不变波束形成方法设计不同频率分量对应的加权矢量 \mathbf{W}_k , \mathbf{W}_k 通过 Matlab 工具箱 SeDuMi 仿真得到。

3 仿真与分析

3.1 实验一

仿真条件为:信号稀疏度设为 $K=4$,均匀线阵实际阵元数(信号压缩测量值个数) $M=20$,虚拟扩展后的均匀线阵阵元个数(信号原始数据长度) $N=30$ 。入射窄带信号频率设为 2000 Hz ,采样频率设为 $f_s=4020\text{ Hz}$ 。宽带信号的频带范围为 $2000\sim4000\text{ Hz}$ 。阵元间距为最高频率对应的半波长。波束主瓣指向为 0° 。采用上述方法进行阵列虚拟扩展、压缩测量信号恢复以及 N 元虚拟阵列加权值的计算后,利用获得的权值向量 $\mathbf{W}_{\text{recovery}}$ 进行基于 SOCP 的一维频率不变波束形成。仿真实验结果如图 3~8 所示。

图 3 表示利用压缩感知进行信号恢复后的恢复信号与原始信号的对比图,其中横坐标表示信号的采样点,纵坐标表示信号的幅度。从图 3 可以看出,采用压缩感知对 20 个实际阵元采集并重建后的信号,与 30 个阵元采集的信号相比误差很小,说明利用压缩感知恢复算法能够较准确地还原信号。

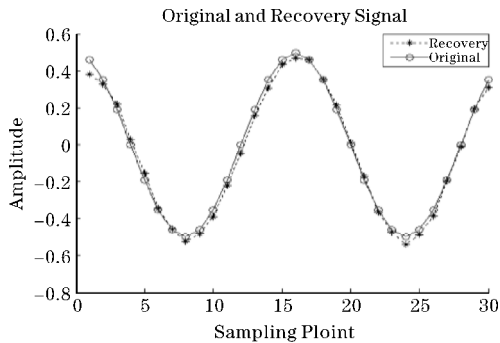


图 3 恢复信号与原始信号

图 4 表示阵元数为 30 采用原始基于 SOCP 的 FIB 方法(视为情况 1)、阵元数为 20 采用所提方法(视为情况 2)以及阵元数为 20 采用原始基于 SOCP 的 FIB 方法(视为情况 3)3 种不同情况下的参考波束图。其中横坐标表示方位角,纵坐标表示波束的高度。从图 4 可以看出在阵元数目为 20 个的情况下,采用提出的

方法形成的波束,具有同情况 1 形成的波束几乎一致的性能,且比情况 3 形成的波束主瓣宽度更窄,旁瓣水平更低。

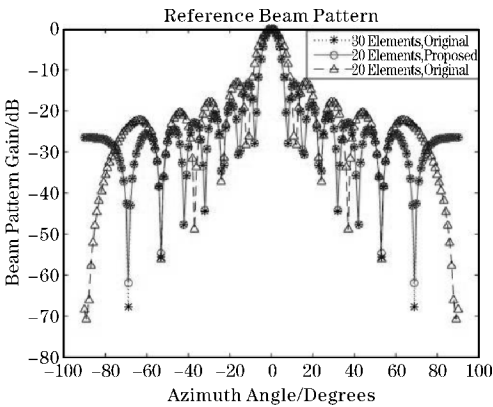
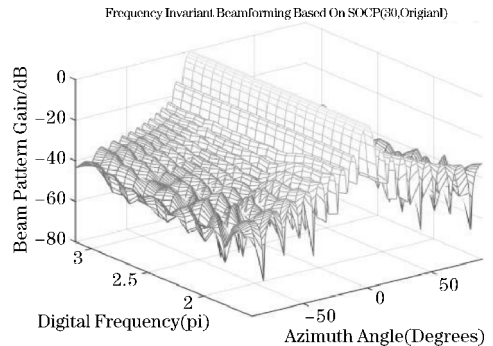
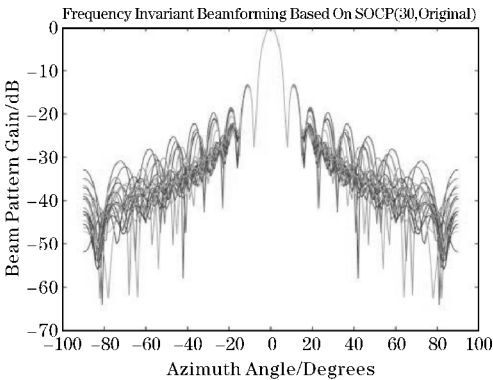


图 4 不同阵列和算法时的参考波束图

图 5~7 分别表示上述 3 种情况下所形成的频率不变波束图。其中每种情况都画出了波束的斜二测视图和正视图。从图 5~7 可以看出,3 种方法在不同的频带内都很好地保持了频率不变性并有恒定的主瓣宽度,采用该方法形成的频率不变波束,除了第一旁瓣比情况 3 形成的波束旁瓣水平要高约 5 dB 以外,所有方向的旁瓣水平都比情况 3 要低,而且能够在保证阵元实际数目为 20 个不变的情况下具有比情况 3 更窄的主瓣宽度。



(a) 斜二测视图



(b) 正视图

图 5 30 阵元、采用原始方法时的频率不变波束图

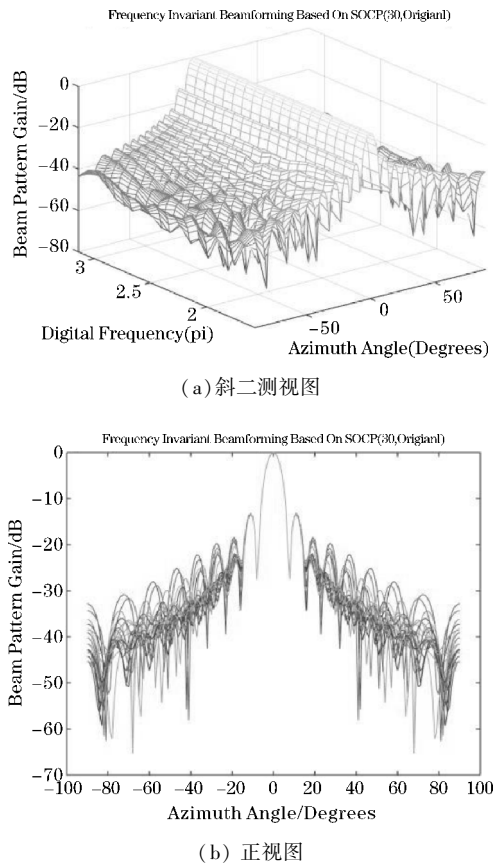


图 6 20 阵元,采用提出方法时的频率不变波束图

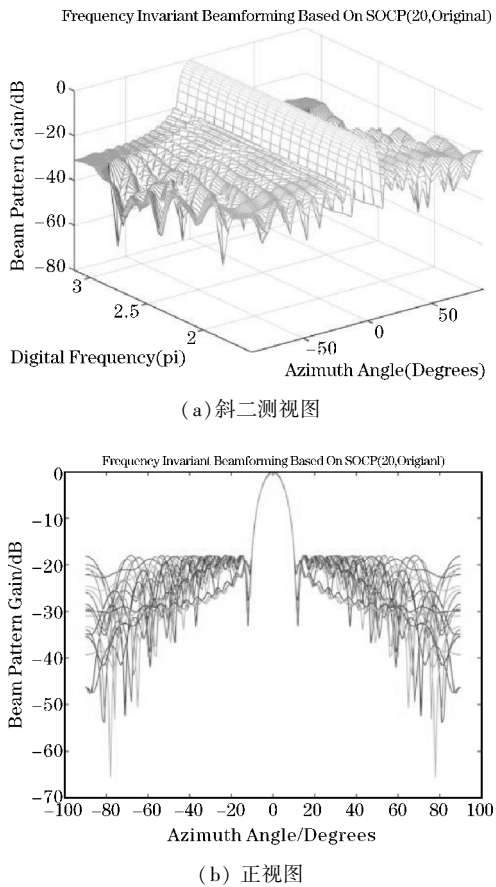


图 7 20 阵元,采用原始方法时的频率不变波束图

图 8 表示 3 种不同方法对应的不同频率上的波束主瓣宽度。其中横坐标为频率的范围,纵坐标为波束在不同频带内的主瓣宽度。从图 8 可以看出采用该方法形成的频率不变波束的主瓣宽度和情况 1 几乎一致,比情况 3 的主瓣宽度窄 8° 。

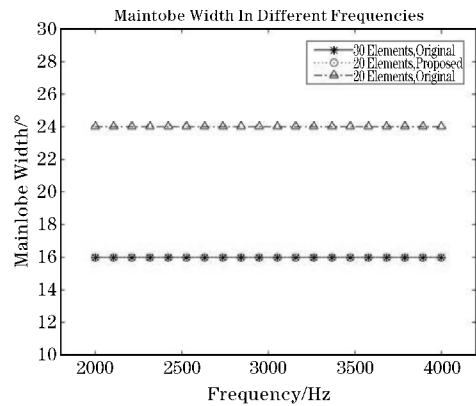


图 8 3 种不同方法对应的不同频率上的波束主瓣宽度

3.2 实验二

为探究阵元随机分布的情况对波束形成器性能的影响,设计了仿真实验进行对比分析。

仿真条件为:按照阵元压缩采样方式从 30 个阵元中选取的压缩采样阵元的序号分别为以下两种情况。

位置 1:

1,3,5,6,8,9,10,12,13,15,16,17,19,20,21,22,25,26,28,30。

位置 2:

1,2,4,6,7,9,10,11,13,14,16,17,18,21,22,24,25,26,27,30。

对这两种情况进行频率不变波束形成,仿真结果如图 9 和图 10 所示。

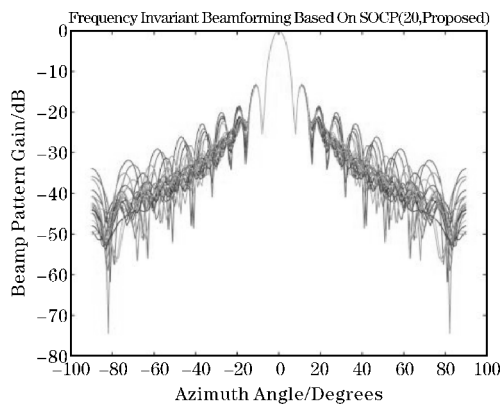


图 9 压缩阵元分布位置 1 频率不变波束图

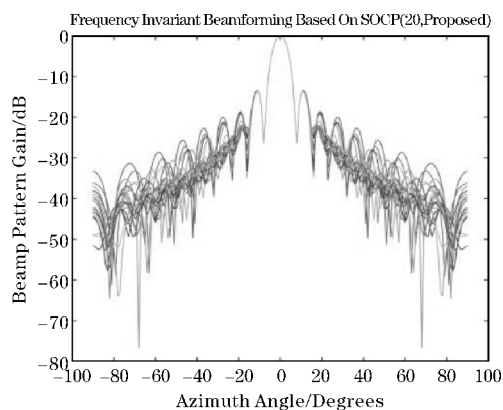


图10 压缩阵元分布位置2 频率不变波束图

由图9和图10可知,当压缩采样阵元采用不同的位置时,得到的频率不变波束图是一致的,因此阵元随机分布的情况对波束形成器性能没有影响。

上述实验结果说明,当引入压缩感知理论对稀疏阵列采集的信号进行恢复并进行频率不变波束形成时,由于阵列虚拟扩展之后阵元个数变多,阵列孔径变大,形成的波束主瓣宽度变窄,旁瓣水平会变低,波束形成器的性能得到了提升。在阵元个数相同的情况下,引入了压缩感知对信号进行预处理形成的波束旁瓣水平比不使用压缩感知对信号预处理的基于SOCP的方法主瓣宽度和旁瓣水平得到了较明显的改善,从而优化了波束形成器的性能。采用提出的方法比传统的基于SOCP的频率不变波束形成方法具有更窄的主瓣宽度和更低的旁瓣水平,提高了频率不变波束形成器的性能。

4 结束语

基于均匀线阵,采用二阶锥规划(SOCP)的频率不变波束形成,利用压缩感知(CS)方法对采集阵列进行虚拟扩展,以波束主瓣恒定束宽为约束条件,实现了基于压缩感知的恒定束宽波束性能优化方法。当对阵列进行虚拟扩展后,利用虚拟阵元接收信号,用压缩感知理论重构出满阵的恢复信号进行阵列信号波束形成,能够对恒定束宽波束的主瓣宽度和旁瓣水平进行进一步的优化,提高了波束形成器的性能,仿真结果和机理分析表明了提出方法的有效性,具有一定的相关工程参考价值。

参考文献:

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 1996, 13(4): 67.
- [2] 周鹤, 何培宇, 张勇. 一种改进的虚拟阵列语音信号 DOA 估计算法 [J]. 四川大学学报(自然科学版), 2015, 52: 319.
- [3] 邱月阳, 何培宇, 崔教, 等. 基于双阵元的宽带相干信源数估计 [J]. 四川大学学报(自然科学版), 2018, 55: 494.
- [4] Michael L, Kohno R. Ultra Wideband signals and systems in communication engineering [M]. Chichester, U. K.: Wiley, 2004.
- [5] H L Van Trees, Optimum Array Processing, Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory [M]. New York: Wiley, 2002.
- [6] 鄢社锋, 马远良. 基于二阶锥规划的任意传感器阵列时域恒定束宽波束形成 [J]. 声学学报, 2005, 30(4): 309.
- [7] Yan S, Ma Y. Design of FIR beamformer with frequency invariant patterns via jointly optimizing spatial and frequency responses [C]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005. IEEE, 2005, 4: 789.
- [8] Liu W, Weiss S. Design of frequency invariant beamformers for broadband arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(2): 855.
- [9] 王冬霞, 周城旭, 韩颖, 等. 非均匀傅里叶变换频率不变波束形成方法 [J]. 信号处理, 2013, 29(6): 691.
- [10] Zhao Y, Liu W. Robust fixed frequency invariant beamformer design subject to norm-bounded errors [J]. Signal Processing Letters, IEEE, 2013, 20(2): 169-172.
- [11] 陈苏婷, 张伟. 基于 SRV-CLS 的稳健可控频率不变波束形成 [J]. 系统仿真学报, 2016, 28(8): 1898.
- [12] E Candès, J Romberg, Terence Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Trans. on Information Theory, 2006, 52(2): 489.
- [13] Joel A. Tropp and Anna C. Gilbert. Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12).
- [14] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55

(5):2230.

2012 Annual IEEE India Conference [C]. Dec. 2012,555.

[15] Anila Satheesh B,Deepa B,Bhai Subhadra,et al.
Compressive Sensing for Array Signal Processing

A Uniform Linear Array Frequency Invariant Beam Optimization Method based on Compressed Sensing

LI Junxiao¹, HE Peiyu¹, CUI Ao¹, LIAO Fengyi¹, XU Zili²

(1. College of Electronic Information and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China;2. The Second Research Institute of CAAC, Chengdu 610041, China)

Abstract: The frequency invariant beamforming technique belongs to constant beam width beamforming which can solve the problem of inconsistent beam response corresponding to different frequency components in a wideband signal. At present, most frequency invariant beamforming methods which use uniform linear array often have an invariant main lobe width as a constraint. When the number of array elements is determined, the formed beam main lobe width and side lobe level always fail to meet the actual demand. Aiming at this problem, a new method to improve beam quality is proposed by means of compressed sensing(CS) and array virtual expansion. The method uses a uniform linear array as a model, takes the array virtual expansion to amplify the bore diameter of array, uses the CS to pre-process the signal and adopts second order cone programming (SOCP) for frequency invariant beamforming. Since CS recovery algorithm can accurately reconstruct the signals acquired by the compressed sampling matrix, the same beamforming performance can be obtained with fewer array elements. In other words, after the array bore diameter's enlargement from array virtual expansion, the method has a narrower main lobe width and lower side lobe level than the frequency invariant beamforming method based on SOCP in case of the same number of elements. The simulation results also show the effectiveness of the proposed method, which has certain reference value in related engineering practice.

Keywords: compressed sensing; virtual array expansion; second order cone programing; frequency invariant beam optimization