

文章编号: 2096-1618(2021)01-0001-06

基于支持向量机和小波包变换的 EOG 信号睡眠分期

张 燕¹, 孙 静¹, 胡建成², 贺 壮¹, 杨 波¹

(1. 成都信息工程大学电子工程学院 物理场生物效应及仪器四川省高校重点实验室, 四川 成都 610225;

2. 成都信息工程大学应用数学学院, 四川 成都 610225)

摘要:针对多通道信号或者多生理参数进行睡眠分期的不足,提出一种利用支持向量机(SVM)和小波包分解相结合对单通道眼电信号进行自动评分的方法。利用改进阈值的双树复小波变换对信号进行去噪处理,将数据以30 s数据为一个处理单位,使用小波包变换对每个单位眼电信号进行分解,再对小波包子带提取AR系数和小波包能量等特征。采用支持向量机(SVM)对不同30 s睡眠单位进行分类,获得初始分类结果,之后使用平滑规则对分类结果进行连续性处理并得到最终分类结果。结果表明所提的方法对睡眠评分能够得到精度为91.19%,Kappa系数为0.82,属于完全一致性。

关键词:眼电信号;SVM;小波包变换;AR系数;平滑规则

中图分类号:TN911.6

文献标志码:A

doi:10.16836/j.cnki.jcuit.2021.01.001

0 引言

睡眠属于人体正常的一种生理现象,对睡眠的不同阶段评分,常用于监测睡眠障碍和与睡眠相关的研究。睡眠评分一般根据R&K规则^[1]或AASM规则^[2]使用多导睡眠记录仪进行,专家根据记录数据进行手动分期。由专家对睡眠进行人工评分不仅耗时费力,而且会因精力不足而出现人为错误,故对睡眠进行自动评分成为一个活跃的研究课题。

大多数的自动睡眠评分算法是基于多通道或者多生理信号,或者两者兼有。基于多通道信号的睡眠评分常常受到受试者^[3]运动的影响。另一方面,基于多种生理信号的方法由于受试者^[4]的准备和较多的电极导致干扰而受到限制。基于这些原因,仅使用单一通道生理信号的自动睡眠评分引起研究学者的注意。Berthomier等^[5]使用单通道脑电信号进行睡眠评分,Alexander Malafeev等^[6]通过多种算法对单通道睡眠脑电信号的进行自动检测,Rahman等^[7]通过多种算法对单通道眼电信号进行睡眠分期研究且都取得不错的效果。尽管单通道脑电在睡眠评分上效果很好,但是脑电信号采集需要放置多个电极在头皮上和专家的帮助来建立数据收集系统。因此,需要一种使用单一生理信号的自动睡眠评分方法,这种生理信号可以用发际线以下的电极记录,并且易于应用和记录。

提出一种基于单通道眼电(electrooculogram, EOG)信号特征分析的睡眠分期方法。单通道眼电不仅便于

采集和记录信号,而且能够易于应用与推广,用于睡眠阶段识别非常有前途。

1 方法

提出的睡眠评分流程如下:(1)数据预处理。首先对信号利用改进的阈值双树复小波进行去噪,之后将数据按照30 s进行分段;(2)提取特征值。直接提取30 s眼电信号的7阶AR模型系数;将30 s信号进行3层小波包分解,对8个频段的数据分别提取7阶AR模型系数和小波包能量占比;(3)SVM分类。将特征向量矩阵分为训练集和数据集,比例为8:2,训练出分类结果;(4)平滑规则处理。对SVM分类结果采用平滑规则进行连续性处理,并对分类结果进行评估。睡眠评分流程框图如图1所示。

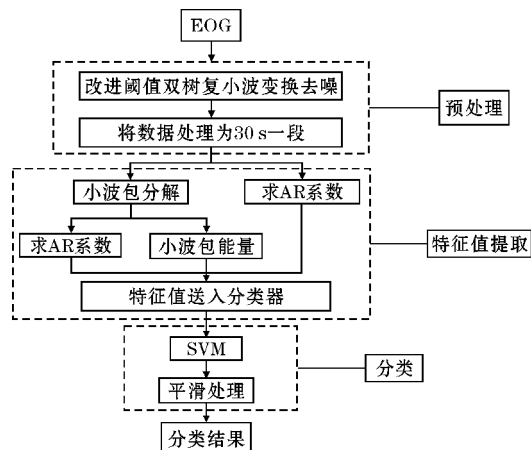


图1 睡眠评分流程图

2 预处理

Jussi Virkkala 等^[8]对眼电信号作睡眠分期中的每个阶段做了详细的分解,将眼电信号分为30 s一段进行分期识别;首先对原始数据进行30 s的分段处理。

眼电信号在采集过程中会受到其他噪声的干扰,如基线漂移、肌电信号和环境干扰;在对眼电信号进行下一步分析前的必要步骤就是做去噪处理。采用黄佳妹等^[9]提出的改进阈值双树复小波变换对眼电信号进行去噪,能够很好地抑制噪声,又能更好地保留信号的细节。

3 特征提取

眼电信号是一种非线性非平稳的微弱信号,小波变换是一种时频分析方法,小波变换系数不仅可以反映眼电信号局部信息,而且可以反映时段信号变化的剧烈程度;小波系数能量能够反映出每个子频带占总频带的比例;在不同的频带建立自回归模型,通过自回归系数可以反映出信号在短时间内的平稳性。通过时频分析进行特征提取代表性强、分离度高,大大降低了特征提取的片面性。

3.1 小波包分解

小波包分解是小波变换的一种自然延拓,是一种对信号更加细致分析与重构的方法^[10]。小波包变换在时域和频域都提供了基于位置的特征^[11],能够将频带进行多层次划分,对小波变换中没有进行细分的高频部分作进一步分解,对近似系数和细节系数都进行分解,得到较好的低层分辨率近似系数和细节系数。

设 $\psi(t) \in L^2(R)$ 为满足容许性条件的母小波函数^[10],其生成的二进离散小波函数

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (1)$$

相应的尺度函数 $\varphi(t)$ 为

$$\varphi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \varphi(2^j t - k) \quad (2)$$

若二进离散小波簇 $\{\psi_{j,k}(t) | j, k \in \mathbb{Z}\}$ 构成 $L^2(R)$ 的标准正交基,则 $x(t) \in L^2(R)$ 的正交分解

$$x(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_k^j \psi_{j,k}(t) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k^N \varphi_{N,k}(t) \quad (3)$$

式中: N 为分解层数; d_k^j 为小波系数; c_k^N 为 N 层的尺度系数。

将尺度函数 $\varphi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 分别记为 $W_0(t) = \varphi(t)$, $W_1(t) = \psi(t)$,则称双尺度方程

$$W_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) u_n(2t-k) \quad (4)$$

$$W_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) u_n(2t-k), \quad g(k) = (-1)^k h(1-k) \quad (5)$$

定义的集合 $\{W_n(t)\}_{n \in \mathbb{Z}}$ 为由 $W_0(t) = \varphi(t)$ 所确定的小波包。式中的 $h(k)$ 和 $g(k)$ 满足正交关系,表示为

$$g_j^n(t) = \sum_k d_{j,n}^k u_n(2^j t - k) \quad (6)$$

式中 $d_{j,n}^k$ 为分解所得系数。以3层小波包变换为例,分解树如图2所示。

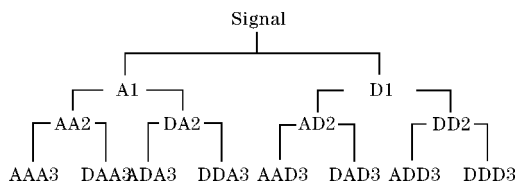


图2 3层小波分解树示意图

图2中A:低频;D:高频;末尾数字表示小波包分解的尺度数。

3.2 小波包能量

小波包变换通过迭代分解得到所有系数,产生一个相等的频率带宽^[11]。在小波包能量中,将小波包分解节点进行重构后信号的平方和作为能量。设 $f_{i,j}(t)$ 表示第 (i,j) 节点的重构信号, i 表示小波包分解的层数, j 表示第 j 个频段,则该节点对应的能量为

$$E_{i,j}(t) = \int_R |f_{i,j}(t)|^2 dt = \sum_{n=1}^m |x_{i,n}|^2 \quad (7)$$

$$E_i(t) = \sum_{j=0}^{2^i} E_{i,j}(t) \quad (8)$$

$$E_j(t) = \frac{E_{i,j}(t)}{E_i(t)} \quad (9)$$

式中: $E_{i,j}(t)$ 为第 i 层,第 j 个频段的小波包能量; $E_i(t)$ 为第 i 层的总能量; $E_j(t)$ 为第 i 层,第 j 个频段频带占第 i 层总能量的百分比。

3.3 自回归参数模型

自回归参数模型系数法是信号特征提取的重要方法^[12]。平稳随机过程,可通过用白噪声作为一组线性差分方程的激励项来产生。平稳过程 $\{x(t)\}$,如每个 $t \in \mathbb{Z}$,都有

$$x(t) + \varphi_1 x(t-1) + \cdots + \varphi_p x(t-p) = e(t) + \theta_1 e(t-1) + \cdots + \theta_p e(t-p) \quad (10)$$

式中: $e(t)$ 为均值为0、方差为 δ^2 的白噪声,简记为 $\{e(t) \sim WN(0, \delta^2)\}$; φ_j 和 θ_i 称为自回归(AR)参数和移动(MA)参数。式(10)中,令 $\theta(z) \equiv 1$,则这一过程被称为 p 阶的自回归(auto regressive, AR)过程。

Yule-Walker 方程为

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(p) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(2) & \cdots & R_{xx}(p-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(p) & R_{xx}(p-1) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha(1) \\ \vdots \\ \alpha(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $x(n)$ 为存放随机序列; $\alpha(p)$ 为 AR 模型的系数; p 为 AR 模型阶数;随机信号的自相关函数为

$$R_{xx}(k)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1-k}x(n)x(n+k),k=0,1,\cdots,p \quad (12)$$

激励白噪声的方差为

$$\delta^2=C_{xx}(0,0)+\sum_{k=j}^p\alpha(k)C_{xx}(0,k) \quad (13)$$

求解式(11)可得 $\alpha(p)$,即 AR 模型系数。
提出特征值提取方式与个数如表 1 所示。

表 1 71 个特征值		
信号	提取方式	特征值个数
30 s 眼电信号	3 层小波包分解,7 阶 AR 模型参数	$2^3\times7=56$
	3 层小波包分解,小波包子带能量百分比	$2^3=8$
	7 阶 AR 模型参数	7
	合计	71

4 分类

4.1 支持向量机

支持向量机(support vector machines,SVM)是一种基于统计学习理论机器学习方法^[13],能很好地解决小样本分类、回归等学习问题^[14]。支持向量机是借助于最优化方法来解决机器学习问题的工具^[15],在小样本问题和高纬度模式识别中具有很好的优势,并且能推广到其他机器学习问题中。

根据给定的训练集

$$T=\{(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_i,y_i)\}\in(X\times Y)^l \quad (14)$$

其中: $x_i\in X=R^N$, X 称为输入空间,输入空间中的每一个点 x_i 由 n 个属性特征组成, $y_i\in Y=\{-1,1\},i=1,2,\cdots,l$ 。寻找 R^N 上的一个实值函数 $g(x)$,以便使用分类函数

$$f(x)=\operatorname{sgn}(g(x)) \quad (15)$$

判断任意一个输入 x 相对应的 y 分类问题。主要使用的是分类超平面将空间中两类样本点正确分离^[16],使正样本与负样本到超平面的最小距离。其数学形式为

$$\text{Minimize}\Phi(w,b)=\frac{1}{2}\|w\|^2 \quad (16)$$
$$y_i(x_iw+b)-1\geq0,i=1,2,\cdots,l \quad (17)$$

范数最小的满足约束的 w 就是最优分类超平面的法向量。按照最优化理论可以转化为对偶问题来求解

$$\text{Minimize}W(\alpha)=\sum_{i=1}^l\alpha_i-\frac{1}{2}\sum_{i,l}\alpha_i\alpha_jy_iy_jx_j \quad (18)$$
$$\text{s.t.}\sum_{i=1}^l\alpha_iy_i=0 \quad (19)$$
$$\alpha_i\geq0,i=1,2,\cdots,l \quad (20)$$

其中 α_i 是样本点 x_i 的 Lagrange 乘子。
对于线性不可分问题,使用核函数将其映射到一个高维空间中进行内积运算,避开高维变化计算问题,使问题大大简化。常用的核函数有:线性核函数、多项式核函数、RBF(径向基)核函数、sigmoid 核函数。其中,RBF 核函数是一种局部性强的核函数,能够实现非线性映射,函数复杂程度较低,在文中使用 RBF 核函数。精度是在分类任务中常用的性能度量,故睡眠分期评分采用 SVM 分类精度进行结果评估。具体计算方式如下:

给定样例集

$$T=\{(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_i,y_i)\}\in(X\times Y)^l$$

其中 y_i 是示例 x_i 的真实标记, $i=1,2,\cdots,l$,精度则定义为

$$\operatorname{acc}(f;D)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^m\Pi(f(x_i)=y_i)$$

4.2 平滑规则

文献[17]使用分类器分类后,考虑时间背景信息,采用平滑过程实现睡眠期的连续性。文中使用 SVM 对睡眠阶段进行分类后,采用平滑规则对睡眠期进行局部调整,使其具有连续性。平滑过程主要是针对当前片段前后各片段的关系,例如,连续 3 个片段:S2、REM 和 S2 被序列 S2、S2 和 S2 替换。同样,连续的 REM、S1 和 REM 周期被 REM、REM、REM 的序列所取代,表 2 显示了使用的平滑总规则。

表 2 平滑规则	
序号	修正规则
1	在 S2 第 1 次出现之前的任何 REM 期都被 S1 期所取代
2	W, REM, S2 → W, S1, S2
3	S1, REM, S2 → S1, S1, S2
4	S2, S1, S2 → S2, S2, S2
5	S2, SWS, S2 → S2, S2, S2
6	S2, REM, S2 → S2, S2, S2
7	SWS, S2, SWS → SWS, SWS, SWS
8	REM, W, REM → REM, REM, REM
9	REM, S1, REM → REM, REM, REM
10	REM, S2, REM → REM, REM, REM

5 实验结果与分析

使用 Physinet 数据库中的 Sleep-EDF 扩展数据集^[6,18],该数据集使用多导睡眠记录仪采用100 Hz采样频率进行数据采集,对象包含 25 ~ 35 岁的 10 位男性和 10 位女性健康的白种人,记录的数据包含 1 路眼电信号、2 路脑电信号和其他生理信号,对所采集的 1 路眼电信号进行研究。采用 Kappa 系数^[19-20]对分类结果进行评估,Kappa 系数是衡量一致性的一个常用统计方法,Kappa 系数的值越大说明两种结果的一致性越高。计算方式如下:

$$K=\frac{P_0-P_e}{1-P_e}$$

其中: $P_0=\sum_i P_{ii}$,称为观测一致率, $P_e=\sum_i P_{i.} P_{.i}$,称为期望一致率,即两次检验结果由于偶然机会所造成的一致率,其中, $P_{i.}=\frac{R_i}{N},P_{.i}=\frac{C_i}{N},R_i,C_i$ 分别为第 i 个格点所对应的行合计和列合计, N 为总例数。根据边缘概率计算,Kappa 范围值为-1 ~ 1。Landis 等^[21]提出根据 kappa 系数所在的区间范围进行一致性判定,具体为:0.21≤Kappa ≤0.4 属于一般一致性;0.41≤Kappa ≤0.6 属于中等一致性;0.61≤Kappa ≤0.8 属于高度一致性;0.81≤Kappa 属于完全一致性。为说明 kappa 值的计算,以一个混淆矩阵进行说明(见表 3),总实例为 70 例。

表 3 分类法混淆矩阵

实际类别 预测类别			
	A	B	C
A	15	3	8
B	2	13	6
C	3	4	16

$$P_0=\frac{15+13+16}{70}=0.6285$$
$$P_e=\frac{26\times20+21\times20+23\times30}{70\times70}=0.3326$$

因此:

$$Kappa=\frac{0.6285-0.3326}{1-0.3326}=0.4434$$

对每组数据的特征向量中的 80% 作为训练集,20% 作为测试集,之后利用 SVM 对数据进行分类;利用 5 折交叉验证方法得到最优参数 c (惩罚因子) 和 g (核函数参数)。展示 10 组数据平滑前后的分类结果(表 4),图 3 为第 5 号数据真实类别、预测类别和平滑后类别结果波形。

表 4 平滑前后分类结果

数据编号	平滑前		平滑后	
	分类精度/%	Kappa 系数	分类精度/%	Kappa 系数
1	93.20	0.87	91.91	0.84
2	88.24	0.78	89.18	0.77
3	91.84	0.82	90.43	0.83
4	88.61	0.79	88.26	0.79
5	89.86	0.79	92.39	0.85
6	94.50	0.80	95.60	0.85
7	92.96	0.83	94.22	0.85
8	91.62	0.84	92.51	0.85
9	90.55	0.80	89.48	0.79
10	88.11	0.77	91.08	0.83
11	88.90	0.80	90.46	0.83
12	83.90	0.71	89.39	0.77
13	89.82	0.81	91.16	0.83
14	89.71	0.80	90.97	0.81
15	89.60	0.78	90.90	0.81
16	89.76	0.79	90.88	0.80
17	91.43	0.82	91.61	0.84
18	89.43	0.73	90.10	0.78
19	86.89	0.72	88.86	0.73
20	92.34	0.85	94.41	0.87
平均值	90.06	0.79	91.19	0.82

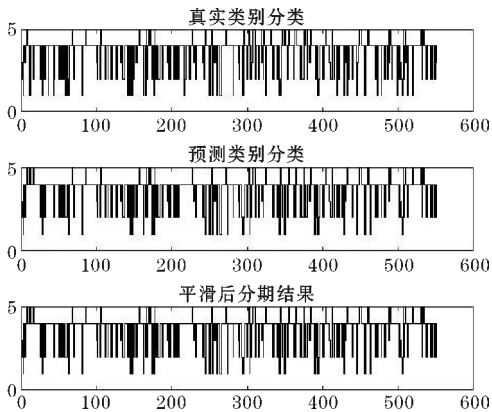


图 3 第 5 号数据真实类别、预测类别和平滑后类别结果波形

可以看出 2,5,6,7,8,10 号的数据在经过平滑后有精度明显上升,1,3,4,9 号在经过平滑后精度较之前有所下降,说明平滑后的精度整体是提升的,精度下降的原因可能是因为数据质量不好造成的;平滑前 20 组数据的睡眠评分总体平均精度为90.06%,Kappa 系数为 0.79;经过平滑规则后,总体平均91.19%,Kappa 系数为0.82,精度和 Kappa 值具有所提高,平滑前属于高度一致性,平滑后属于完全一致性。表 4 数据说明提出的方法对数据的分类与标准分类具有较高一致性,且平滑后效果更好。

图3可以看出,预测类别与真实类别的误差波形有明显差异,平滑后的分类与预测类别波形无明显差异。

文献[7]对 Sleep-EDF 扩展数据集中的单通道眼电提取 30 个特征值并进行睡眠分期,总体精度为90.0%~91.3%,研究睡眠评分的平均精度为91.19%,与文献[7]结果相比,结果有所提高。

6 结束语

针对多通道和多参数睡眠评分的不足,提出一种利用单通道 EOG 信号对睡眠进行评分的方法。相较于提取多类特征值的方法,该方法在时域提取的特征值进行睡眠期分类,运算量明显减少。介绍了小波包分解和小波包能量的计算以及 AR 模型参数的求解,对提取的特征值运用 SVM 进行分类,并采用平滑规则对分类结果进行连续性处理,仿真后得到了结果。通过 Kappa 系数和分类精度可以看出,该睡眠评分算法经过平滑规则后分类效果好,准确率有所提高。

致谢:感谢成都市科技局重点研发支撑计划(2019-YF09-00099-SN)对本文的资助

参考文献:

- [1] Hori T, Sugita Y, Koga E, et al. Proposed supplements and amendments to A Manual of Standardized Terminology, Techniques and Scoring System for Sleep Stages of Human Subjects, the Rechtschaffen & Kales(1968) standard[J]. *Psychiatry Clin Neurosci*, 2001, 55(3): 305-310.
- [2] Schulz H, Phasic or transient. Comment on the terminology of the AASM manual for the scoring of sleep and associated events[J]. *Journal of Clinical Sleep Medicine Jcsm Official Publication of the American Academy of Sleep Medicine*, 2007, 3(7): 752.
- [3] Guohun Zhu, Yan Li, Peng Paul Wen. Analysis and classification of sleep stages based on difference visibility graphs from a single-channel EEG signal[J]. *IEEE journal of biomedical and health informatics*, 2014, 18(6): 1813-1821.
- [4] Ghimatgar H, Kazemi K, Helfroush M S, et al. An automatic single-channel EEG-based sleep stage scoring method based on hidden Markov Model[J]. *Journal of Neuroence Methods*, 2019, 324: 108320.
- [5] Berthomier C, Drouot X, Herman-Stoica M, et al. Automatic analysis of single-channel sleep EEG: validation in healthy individuals[J]. *Sleep*, 2007; 30(11): 1587-1595.
- [6] Malafeev A, Omlin X, Wierzbicka A, et al. Automatic artefact detection in single-channel sleep EEG recordings[J]. *J Sleep Res*, 2019, 28(2): 12679.
- [7] Rahman MM, Bhuiyan MIH, Hassan AR. Sleep stage classification using single-channel EOG[J]. *Comput Biol Med*, 2018, 102: 211-220.
- [8] Jussi Virkkala, Joel Hasan, Alpo Värrä, et al. Automatic sleep stage classification using two-channel electro-oculography[J]. *Journal of neuroscience methods*, 2007, 166: 109-115.
- [9] 黄佳妹, 石玉, 闫光豹. 基于改进阈值的双树复小波眼电信号去噪方法[J]. *测控技术*, 2015(8): 16-18.
- [10] Shubham Dodia, Damodar Reddy Edla, Annushree Bablani, et al. An efficient EEG based deceit identification test using wavelet packet transform and linear discriminant analysis[J]. *Journal of neuroscience methods*, 2019, 314: 31-40.
- [11] 李昕, 孙小棋, 王欣, 等. 基于自回归小波包熵特征融合算法的情感识别研究[J]. *生物医学工程学杂志*, 2017(6): 831-836.
- [12] 任雁, 王洋. 基于自回归模型的信号特征提取研究[J]. *电声技术*, 2009(5).
- [13] 安亚利, 周水生, 陈丽, 等. 鲁棒支持向量机及其稀疏算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2019, 46(1): 64-72.
- [14] 郑树泉. 工业智能技术与应用[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2019.
- [15] 白亮, 老松杨, 胡艳丽. 支持向量机训练算法比较研究[J]. *计算机工程与应用*, 2005(17): 79.
- [16] Liang S F, Kuo C E, Hu Y H, et al. A rule-based automatic sleep staging method[J]. *Journal of Neuroence Methods*, 2012, 205(1): 169-176.
- [17] Liang S F, Kuo C E, Hu Y H, et al. A rule-based automatic sleep staging method[J]. *Journal of Neuroence Methods*, 2012, 205(1): 169-176.
- [18] B Kemp, AH Zwinderman, B Tuk, et al. Analysis of a sleep-dependent neuronal feedback loop: the slow-wave microcontinuity of the EEG[J]. *IEEE-BME*, 2000, 47(9): 1185-1194.
- [19] 郭轶斌, 郭威, 秦宇辰, 等. 基于 Kappa 系数的

- 一致性检验及其软件实现[J]. 中国卫生统计, 2016(1):169-170.
- [20] 唐万, 胡俊, 张晖, 等. Kappa 系数: 一种衡量评估者间一致性的常用方法[J]. 上海精神医学, 2015(1):62-67.
- [21] Landis JR, Koch GG. The measurement of observer agreement for categorical data[J]. Biometrics, 1977, 33(1):159-174.

Sleep Stage Classification Using Single-channel EOG based on SVM and Wavelet Packet Transform

ZHANG Yan¹, SUN Jing¹, HU Jiancheng², HE Zhuang¹, YANG Bo¹

(1. Key Laboratory of Biological Effect of Physical Field and Instrument, College of Electronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China; 2. College of Mathematics, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: Aiming at the deficiency of multi-channel signals or multi-physiological parameters in sleep staging, an automatic scoring method for single-channel Electrooculogram using support vector machine (SVM) and wavelet packet decomposition is proposed. Firstly, the signal is denoised by the modified threshold dual-tree complex wavelet transform. The data is then processed in units of 30 seconds. Then, the wavelet packet transform is used to decompose each unit of Electrooculogram, and the characteristics such as AR coefficients and wavelet packet energy are extracted from the wavelet packet sub-bands. Finally, support vector machine (SVM) was used to classify different 30-second sleep units to obtain the initial classification results, and then smoothing rules were used to continuously process the classification results and obtain the final classification results. The results showed that the accuracy of sleep score by the proposed method was 91.19% and the Kappa coefficient was 0.82, which was completely consistent.

Keywords: electrooculogram; SVM; wavelet packet transform; AR coefficients; smooth rules