

文章编号: 2096-1618(2025)01-0111-07

蚁群算法实现光通过散射介质聚焦

方龙杰, 程科, 何修军

(成都信息工程大学光电工程学院, 四川 成都 610225)

摘要:光通过散射介质聚焦是光通信和生物成像领域的重要目标。由于散射介质材料的密度分布具有高度非均匀性, 相干光在非均匀介质中传输会经历多次散射。寻找与散射介质相匹配的入射光波前分布是解决这一问题的核心和关键。采用蚁群算法来优化入射光波前的相位分布。利用探测器测量介质后的焦点光强, 发现蚁群算法获得的增强因子比传统的遗传算法高。数值仿真和实验验证了蚁群算法的可行性和稳定性。因此, 今后在相干光通过散射介质聚焦与成像领域, 应当优先考虑利用蚁群算法优化入射光的波前相位分布。

关键词:蚁群算法; 散射; 聚焦; 相位调制

中图分类号: O436.2

文献标志码: A

doi: 10.16836/j.cnki.jcuit.2025.01.017

0 引言

光在散射介质中传播是现代光学中的一种基本现象, 其广泛应用于共聚焦显微镜^[1]、生物组织动态成像^[2]和光刻^[3]等领域。在两种均匀介质材料的分界面处, 光会发生折射和反射现象。而对于非均匀介质, 例如毛玻璃、木材、纸张和生物组织等, 其内部折射率分布不均匀。光在非均匀介质中传播会经历多次散射, 使透射光能量分布不集中且方向随机, 严重影响成像的分辨率和清晰度^[4-7]。尽管散射光场呈现随机散斑模式, 具有高度的无序性, 其多重散射光场仍可用麦克斯韦方程组从理论上严格求解^[8-9]。

对线性介质而言, 光在其内部的散射是弹性光散射, 光场分布具有确定性, 可利用波前调制将破坏的波面复原^[7]。近年来, 随着空间光调制器和数字微镜技术的迅速发展, 多种波前调制技术和调制算法已广泛应用于非均匀介质中的散射光场调控, 例如逐个单元调制算法^[7]、光学相位共轭法^[10]、数字相位共轭法^[11]和传输矩阵方法^[12-13]等。波前调制技术从实验上成功实现了相干光通过散射介质聚焦和成像, 并对生物医学和癌症细胞检测等领域提供一种新的研究思路。此外, 波前调制技术可应用于光的宽频谱范围, 且可推广到无线电领域^[14]和光通信领域的研究^[15]。

基于空间光调制器的相位调制算法主要分为单元调制方法^[16]和全局优化算法^[5, 17]两大类。单元调制方法是指对空间光调制器的单个像素进行相位调制,

选出聚焦点光强最大对应的位相。方法操作简单, 易于实现, 但由于优化过程中没有考虑单元之间的相互干涉, 优化效率不高^[16]。全局优化算法是指利用人工智能、机器学习、人工神经网络等现代科学技术求解多个变量的优化问题。常用的全局优化算法包含四元裂解算法^[6]、分区算法^[16]、传输矩阵方法^[12]和遗传算法^[17]等。整体调制算法在优化过程中同时改变多个空间光调制器的位相, 优化效率大幅提升。但由于在优化过程中引入了随机扰动, 会使聚焦结果的稳定性下降。本文提出将蚁群算法应用于光通过散射介质聚焦的位相优化过程中, 进一步提升散射聚焦的增强因子和优化效率。

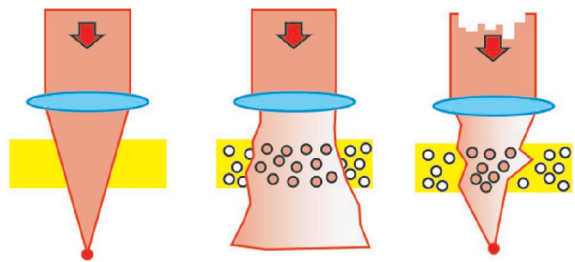
1 方法

1.1 波前调制技术

散射介质内部折射率呈非均匀分布, 因此, 光通过此类介质传播时经历多次散射, 从而导致透射光能量降低。散射介质对光的作用主要包含散射作用和吸收作用。定义散射因子 μ_s 为光在介质中传输单位距离时由于散射作用导致光强降低的比例。同时, 定义吸收因子 μ_a 为光在介质中传输单位距离时由于吸收作用导致光强降低的比例。研究表明, 对于一般的线性介质而言, 散射因子比吸收因子高 50 ~ 100 倍^[9]。因此, 影响光学聚焦和成像分辨率的主要因素是介质的散射作用。入射光的波长直接影响散射介质的光学性质。波长越长的光在散射介质中的穿透深度越大, 即

长波段光的散射因子小于短波段的散射因子^[9]。此外,大多数散射介质为各向异性的介质。定义各向异性因子 g 为前向散射占总散射的光强比例。实验表明,线性介质的各向异性因子在 $0.9 \sim 1.0$ ^[9]。如果能够抑制前向散射的消光作用,光通过散射介质聚焦和成像的效果会显著提升。本文主要采取波前调制技术对前向散射进行抑制。

利用波前调制技术实现光通过散射介质聚焦的原理如图1所示。平面波通过透镜后在焦平面形成一个焦点,对于折射率均匀分布的透明介质,入射光的各个波面之间具有等光程性(图1a)。然而,当平面波通过散射介质时,由于介质内部的折射率呈非均匀分布,其入射波面被破坏,因此出射光不再是平面波,而是在介质后形成一系列散斑,其波面和传播方向呈随机分布(图1b)。早期认为光散射是一个高自由度的随机过程,无法严格进行光线追迹,只能用蒙特卡罗方法对光在散射介质中的传输进行近似计算。随后,Vellekoop等^[7]提出利用液晶空间光调制器对入射光进行相位调制,当入射波前的相位分布与散射介质的散射作用匹配时,可在散射介质后形成一个焦点(图1c)。优化过程采用迭代的方法进行。这种方法有效地解决了生物成像当中生物介质对入射光的散射问题,推动了生物医学光子学的发展。



(a) 光通过透明层聚焦 (b) 光通过浑浊层散射 (c) 波前调制后通过浑浊层聚焦

图1 光通过散射介质聚焦过程示意图

1.2 蚁群算法

为实现光通过散射介质聚焦和成像,提出利用蚁群算法来优化空间光调制器的相位分布。蚁群算法是模拟生物界中蚂蚁行走路径的优化算法,实验中由于空间光调制器的相位分布高度未知,只能通过随机搜索的方式寻找问题的最优解。然而当随机搜索的自由度过大时,搜索需要耗费的时间和计算机内存也占用很大,无法适应实际应用的情形。通过蚁群算法来寻找搜索空间的最优解,可使优化相位分布以最短的路径匹配散射介质获取聚焦效果,大幅提高程序运行的效率。蚁群算法的流程如图2所示,具体步骤如下。

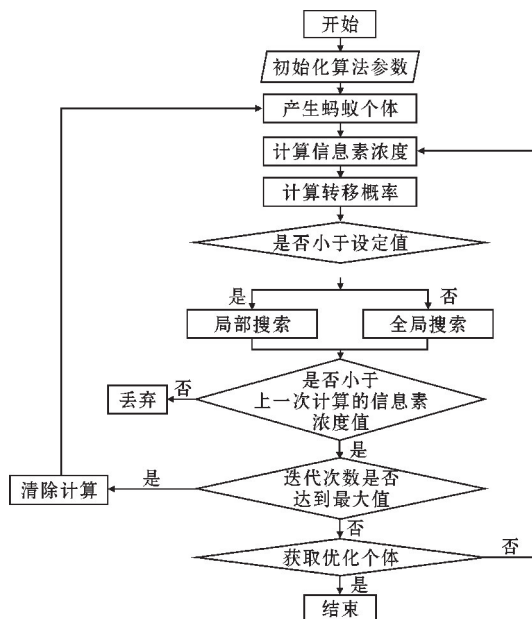


图2 蚁群算法流程图

(1) 确定搜索空间范围,设置算法参数的初始值。目标是寻找空间光调制器的优化位相分布,设空间光调制器总共有 N 个像素,则优化位相分布可以用一个 N 维向量表示 $[x_1, x_2, \dots, x_N]$,其中, $x_l (l=1, 2, \dots, N)$ 的取值范围是 $[0, 2\pi]$ 。在蚁群算法中的参数有:蚂蚁个体的数量 n ,初始转移概率 p_0 ,信息素衰减系数 ρ ,以及最大迭代次数。算法参数需根据不同的实际问题进行调整,同时也将影响程序运行的效率。

(2) 构造信息素浓度函数。计算每个蚂蚁个体(即每个相位分布)通过散射介质之后,在成像面对应焦点位置的光强。设第 i 只蚂蚁($i=1, 2, \dots, n$)对应的焦点光强为 I_i ,并将其倒数作为信息素浓度函数,则

$$\tau_{i,k} = \frac{1}{I_i} \quad (1)$$

其中: k 为迭代计算的次数, τ 为信息素浓度。当迭代过程中,如果一只蚂蚁对应的解越接近优化解时,该位置剩下的信息素浓度越低。

(3) 构建转移概率函数。在蚁群算法中,搜索方法分为局部搜索法和全局搜索法两种。在本优化问题中,如果蚂蚁个体的信息素浓度越低,表明此时的相位分布已经非常接近优化相位分布,故应当采取局部搜索方法。反之,如果蚂蚁个体的信息素浓度越高,说明此时的相位分布离优化相位相差甚远,故应当采取全局搜索方法。构建蚂蚁的转移概率函数为

$$p_{i,k} = \frac{\tau_{i,k} - \tau_{\min}}{\tau_{i,k}} \quad (2)$$

其中: τ_{\min} 表示第 k 次迭代中所有蚂蚁个体信息素的最小值, $p_{i,k}$ 为第 i 只蚂蚁在第 k 次迭代中的转移概率函数。步骤(1)中已设置转移概率的初始值 p_0 。如果 $p_{i,k} < p_0$,则采用局部搜索方法;如果 $p_{i,k} > p_0$,则采取全局搜索方法。若采用局部搜索方法,为提高搜索精度,

定义转移步长因子:

$$\kappa = \frac{1}{k} \quad (3)$$

其中 κ 为局部搜索中蚂蚁个体移动的步长。在算法迭代过程中,初始时刻的 k 值较小,蚂蚁个体移动步长较大,此时可较快地移动到优化位置附近。当 k 值较大时,蚂蚁移动的步长较小,可保证蚂蚁个体在优化位置附近移动并提升算法精度。若采取全局搜索方法,则蚂蚁个体在解空间内随机移动,移动方向和步长都具有随机性。

(4) 信息素积累与衰减法则。每一轮迭代完成后,蚂蚁个体所释放出的信息素浓度会发生改变,其结果等于上一轮迭代的信息素浓度乘以衰减常数,在加上本轮信息素浓度的函数值,可以表示为

$$\tau'_k = \tau_{i,k} + \rho \tau'_{k-1} \quad (4)$$

其中: τ'_k 为第 k 次迭代后信息素累积值, τ'_{k-1} 为第 $k-1$ 次迭代后信息素累积值, ρ 为信息素浓度衰减常数,在步骤(1)中已设定其初始值。

(5) 轮盘赌法则。为在迭代过程中筛选出更好的蚂蚁个体,采用轮盘赌筛选法则淘汰较劣势的蚂蚁个体,具体方法如下:问题中蚂蚁个体信息素浓度值较小的个体越接近优化解,表明该个体被淘汰的可能性应当较小;反之,对于蚂蚁信息素浓度较大的个体,其偏离最优解的距离越大,应该以较大的概率淘汰。定义蚂蚁个体被淘汰的概率为

$$P_i = \frac{\tau_{i,k}}{\sum_{i=1}^n \tau_{i,k}} \quad (5)$$

可在初始时刻设置概率阈值 P_{th} ,当 $P_i > P_{th}$ 时,此蚂蚁个体被淘汰;当 $P_i < P_{th}$ 时,此蚂蚁个体保留。为保证蚂蚁个体的总数不变,规定被淘汰的蚂蚁个体用第 k 轮优化中的全局最优蚂蚁个体对应的相位分布替换。

(6) 算法终止条件和最优解输出。问题中有两类算法终止条件:当蚂蚁个体的信息素浓度值小于某一规定临界值时,说明此时焦点光强已达目标设定的光强,可终止程序,输出优化相位分布;当程序迭代的次数达到预先设定的迭代次数时,说明此时搜索方向有误,再迭代下去也无法寻找到最优解,应当舍去,并重新开始运行程序。

2 仿真

采用 MATLAB 软件对光通过散射介质聚焦进行仿真模拟,仿真模型如图 3 所示。用一个含有 N 个元素的矩阵表示入射平面波,其中所有元素的大小均设为 1,相位均设置为 0。当平面波入射到空间光调制器上时,空间光调制器可对每个元素的相位进行调制,相位调制区间是 $[0, 2\pi]$ 。纯相位调制器可以看作是一

个模为 1,相位可变的复数矩阵。经相位调制后的光波入射到强散射介质上。散射介质用一个均匀分布的随机矩阵表示。平面波在通过散射介质传播后,先由透镜采集,然后再由 CCD 相机将光强分布传输到计算机上,其中透镜的作用可用 MATLAB 软件中自带的快速傅里叶变换指令(FFT)计算。整个仿真过程可以表示为

$$\mathbf{A} = \mathbf{F}[\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}] \quad (6)$$

其中, \mathbf{A} 为 CCD 相机平面的复振幅分布, \mathbf{F} 为傅里叶变换, \mathbf{A}_0 为入射波的复振幅, \mathbf{X} 为空间光调制器的相位调制作用, \mathbf{Y} 为散射介质的随机矩阵。平面波未经过空间光调制器时,由于受到介质的散射作用,光在经过散射介质后波面被破坏,CCD 接收的光场是一系列散斑图案。当用优化算法对入射光场进行调制时,利用光波在目标处的相干叠加原理,可在 CCD 上形成一个焦点。

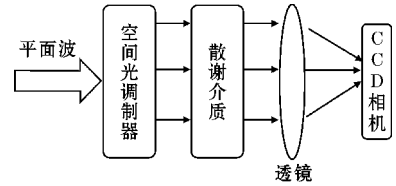


图 3 光通过散射介质聚焦的仿真模型示意图

在测量焦点光强的实验中,存在一些影响聚焦和成像质量的噪声,如光学平台的振动、空气的扰动等等。因此,在利用式(6)计算出的焦点光强中加入随机噪声,以此来仿真目标点的实验测量值。设空间光调制器总共的单元数为 $64 \times 64 = 4096$,即水平方向有 64 个像素,竖直方向也有 64 个像素。为显示出蚁群算法的优势,将蚁群算法和遗传算法^[17]进行对比,通过比较两种算法获得的优化位相分布之间的关系,对算法的效率和信噪比进行定量评估。下面对无实验误差的理想情形和有误差的实际情形分别进行详细讨论。

情况一:无噪声的理想情形,系统中不引入随机噪声。式(6)中,散射介质用一个随机矩阵 \mathbf{Y} 表示,而利用空间光调制器优化入射波面的实质是补偿由于散射引入的附加相位差。因此,可以用随机矩阵 \mathbf{Y} 的共轭矩阵来调制入射波前,获得理想的焦点。共轭矩阵的定义是将矩阵中的所有元素去复数共轭,即实部相等,虚部取相反数。设随机矩阵 \mathbf{Y} 的共轭矩阵用 \mathbf{Y}^* 表示,并将其作为散射聚焦的理想解。为比较理想解和利用蚁群算法得到的优化解之间的差异,把区间 $[0, 2\pi]$ 划分成 10 个子区间,并统计每个区间内优化相位分布的相位数量,仿真结果如图 4 所示。其中横坐标代表相位区间的序号,即 1 表示 $[0, 0.2\pi]$, 2 表示 $[0.2\pi, 0.4\pi]$, 3 表示 $[0.4\pi, 0.6\pi]$, ..., 10 表示 $[1.8\pi, 2\pi]$ 。遗传算法的具体参数如下:种群数为 40,交叉概率为 0.5。选择概率由入射波前对应的焦点

光强值决定,即焦点光强值越高,选择概率越高。突变概率随迭代次数呈指数衰减,起始概率为0.001,衰减因子为600。将遗传算法、蚁群算法得到的相位分布与相位共轭解比较,可评估算法的运行效率。从图4可以看出,使用蚁群算法得到的优化相位分布与相位共轭解完全重叠,而利用遗传算法得到的相位分布和理想解有明显的偏差。因此,使用蚁群算法得到的聚焦效果优于使用遗传算法得到的聚焦效果。

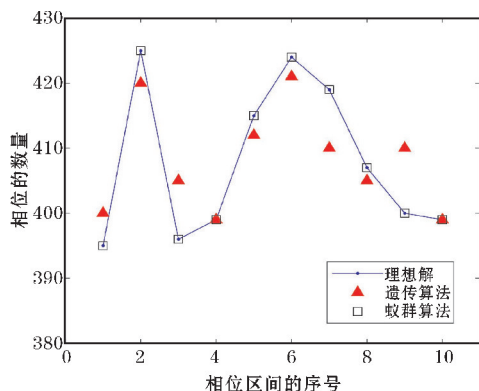


图4 无噪声情况下相位数量统计图

定义相对误差函数

$$\delta = \frac{|\beta - \beta_0|}{\beta_0} \quad (7)$$

其中: β 为利用蚁群算法或遗传算法得到的相位数量, β_0 为相位共轭解的相位数量。计算10个相位区间的相对误差 δ ,结果如图5所示。从图5可以看出,当无外加噪声时,使用蚁群算法得到的焦点光强比遗传算法的焦点光强更大。

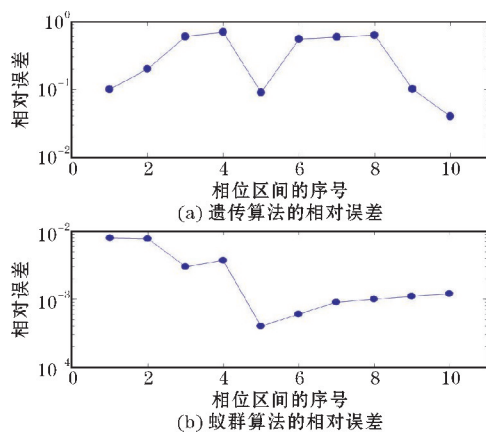


图5 无噪声情况下相对误差曲线图

情况二:加入1%随机噪声的情形。测量得到的焦点光强中,引入1%的随机噪声,可用MATLAB软件自带的rand指令产生[0,1]的随机数。需要说明的是,随机噪声的最大值为CCD测量光强的最大值,此情况主要是仿真实验中由于光学平台振动和空气扰动带来的噪声。仿真得到两种算法的相位分布数量统计如图6所示,可以看出,对于蚁群算法,其相位分布和

理想解略有偏离,而遗传算法的结果和理想解偏离程度较大。与情况一类似,利用式(7)分别计算蚁群算法和遗传算法的相对误差,结果如图7所示。从图7可以看出,蚁群算法得到的聚焦效果优于遗传算法得到的聚焦效果,这表明蚁群算法比遗传算法具有更强的抗噪声能力,在环境扰动下仍能实现光通过散射介质聚焦。

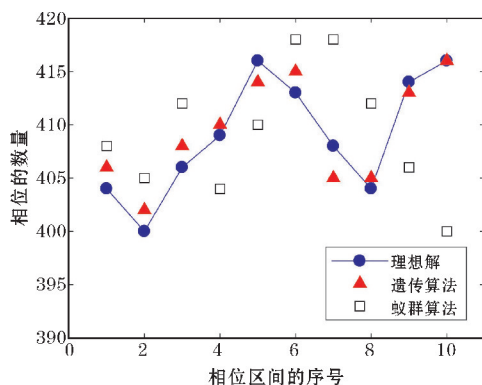


图6 有噪声情况下相位数量统计图

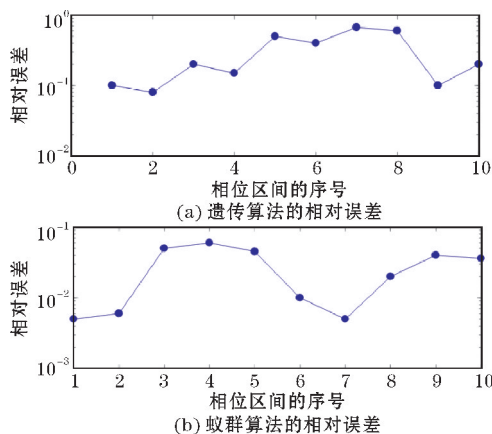


图7 无噪声情况下的相对误差曲线图

3 实验

实验装置如图8所示。其中M为平面镜, O_1 、 O_2 、 O_3 为显微物镜, L_1 、 L_2 、 L_3 为透镜,S为散射介质。SLM (spatial light modulator) 为空间光调制器。波长为632.8 nm的He-Ne激光束通过显微物镜 O_1 (40 \times , NA=0.65)和透镜 L_1 进行空间滤波和准直后成为平面波,然后入射到纯相位空间调制器(PLUTO-TELCO)上。该调制器可实现 $[0, 2\pi]$ 的纯相位调制。经空间光调制器调制后的光波通过由透镜 L_2 和 L_3 以及显微物镜 O_2 (10 \times , NA=0.25)组成的缩小系统成像在毛玻璃的前表面上。然后由显微物镜 O_3 (20 \times , NA=0.4)将毛玻璃的后表面成像到CCD相机(THORLABS)上。将CCD相机获得的图像输入计算机,计算出目标区域的光强作为反馈信号,通过改变空间光调制器的相位值来优化入射波前。

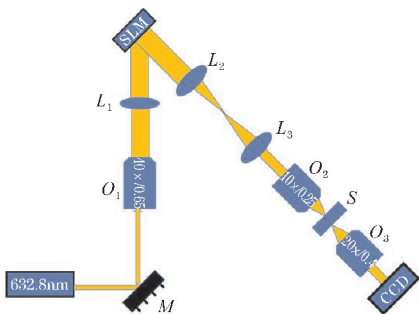


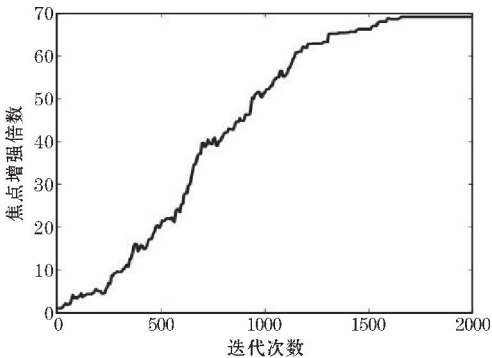
图 8 实验装置图

实验得到的焦点增强因子变化曲线如图 9 所示,其中空间光调制器的单元数为 $32 \times 32 = 1024$,两种算法的迭代次数均为 2000 次。焦点增强因子的定义是,用聚焦后的焦点光强,除以聚焦前的散斑平均光强,表示为

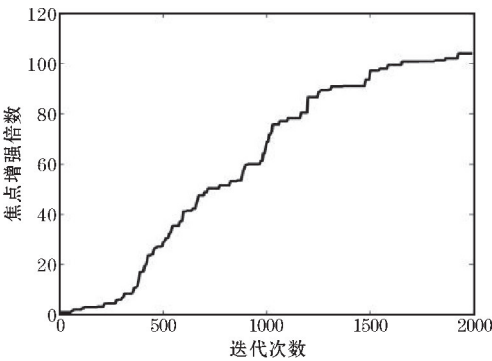
$$\eta = \frac{I_{\text{opt}}}{I_0} \tag{8}$$

其中: η 为焦点增强因子, I_{opt} 为优化后焦点的光强, I_0 为优化前散斑的平均光强。蚁群算法中采用的参数为:蚂蚁个体数量为 100,初始转移概率 p_0 为 0.2,信息素衰减系数 ρ 为 0.8,信息素浓度阈值(算法终止条件)为 0.0001。从图 9 可以看出,两种算法经过 2000 次迭代后均达到饱和,焦点的增强因子不再上升。从图 9(a)可以看出,对于遗传算法,其焦点光强总体是呈现不断增加的趋势,但增长过程中略有下降,这是由于遗传算法中引入了随机的过程。最终焦点增强因子达到 69.6。从图 9(b)可以看出,对于蚁群算法,其焦

点光强在优化过程中不断增加,最终的增强因子达到 104.8,是遗传算法焦点增强因子的 1.5 倍。由于在优化过程中未出现焦点光强下降的情况,因此蚁群算法的稳定性比遗传算法更高。



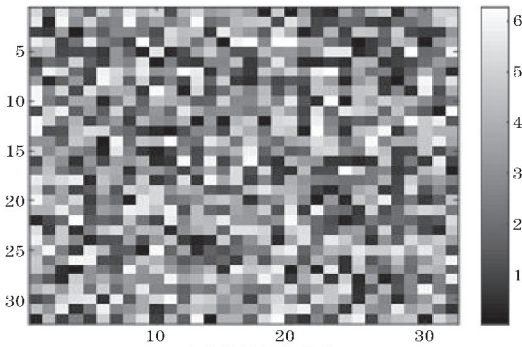
(a) 遗传算法



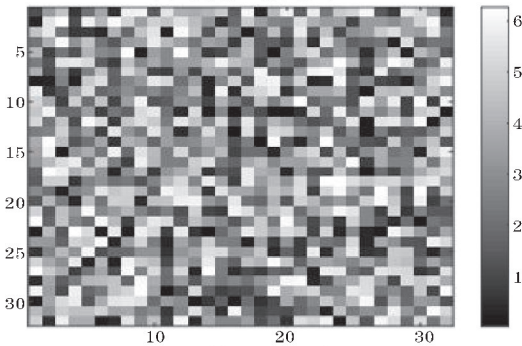
(b) 蚁群算法

图 9 焦点增强因子变化曲线图

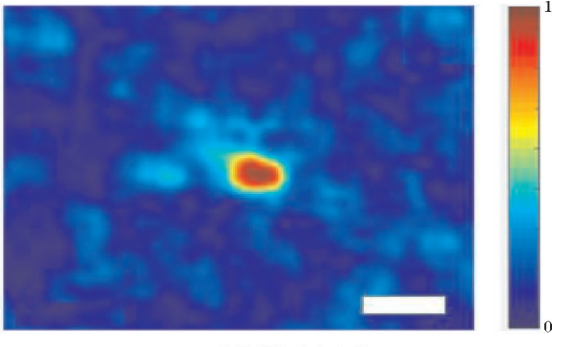
将遗传算法和蚁群算法得到的优化位相分布加载到空间光调制器上,得到的焦点光强分布如图 10 所示。



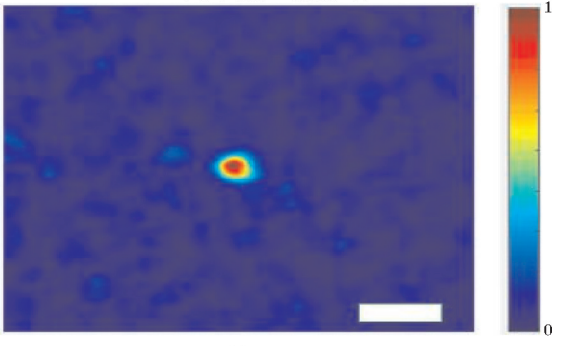
(a) 遗传算法相位分布



(c) 蚁群算法相位分布



(b) 遗传算法焦点光强



(d) 蚁群算法焦点光强

图 10 实验得到的相位分布和焦点光强(比例尺:10 μm)

其中,图 10(a) 和图 10(c) 分别表示遗传算法和蚁群算法得到的优化相位分布,其相位值用灰度表示区间 $[0, 2\pi]$ 的相位。图 10(b) 和图 10(d) 表示实验得到的焦点光强分布,其光强值已归一化处理,即最大光强用 1 表示。从图 10 可以看出,在相同的实验条件下,蚁群算法得到的焦点更尖锐,背景光强更弱;而遗传算法得到的焦点周围仍然有少许亮斑,能量分布不集中。

4 结束语

利用蚁群算法优化入射光波的位相分布,实现光通过散射介质聚焦。数值仿真结果表明,在有环境噪声的情况下,和遗传算法相比,蚁群算法具有较强的抗噪声能力,其优化相位分布更加接近相位共轭解。实验中利用 1024 个独立相位调制单元,使目标处焦点光强增强达到调制前的 104.8 倍。在相同的实验条件下,通过蚁群优化算法得到的焦点光强是遗传算法的 1.5 倍。在优化迭代过程中,蚁群算法未出现焦点光强下降的趋势,表明该算法具有稳定性,并且不易出现恶化解。本研究结果可应用于物理光学和生物医学的多个领域,包括生物成像、细胞诊断、生物组织实时监测等。

致谢:感谢成都信息工程大学科研启动基金(KYTZ202171)对本文的资助

参考文献:

- [1] Loterie D, Goorden S A, Psaltis D, et al. Confocal microscopy through a multimode fiber using optical correlation [J]. *Optics Letters*, 2015, 40 (24): 5754–5757.
- [2] Popoff S, Lerosey G, Fink M, et al. Image transmission through an opaque material [J]. *Nature Communications*, 2010, 1 (1): 81–88.
- [3] Wang R, Wei J, Fan Y. Chalcogenide phase-change thin films used as grayscale photolithography materials [J]. *Optics Express*, 2014, 22 (5): 4973–4984.
- [4] Fang L, Zuo H, Pang L, et al. Image reconstruction through thin scattering media by simulated annealing algorithm [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 106 (1): 105–110.
- [5] Fang L, Zuo H, Yang Z, et al. Binary wavefront optimization using a simulated annealing algorithm [J]. *Applied Optics*, 2018, 57 (8): 1744–1751.
- [6] Fang L, Zhang X, Zuo H, et al. Focusing light through random scattering media by four-element division algorithm [J]. *Optics Communications*, 2018, 407 (1): 301–310.
- [7] Vellekoop I M, Mosk A P. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media [J]. *Optics Letters*, 2007, 32 (16): 2309–2311.
- [8] Yoon J, Lee K, Park J, et al. Measuring optical transmission matrices by wavefront shaping [J]. *Optics Express*, 2015, 23 (8): 10158–10167.
- [9] Yu H, Park J, Lee K, et al. Recent advances in wavefront shaping techniques for biomedical applications [J]. *Current Applied Physics*, 2015, 15 (5): 632–641.
- [10] Vukovic D, Schröder J, Da Ros F, et al. Multi-channel nonlinear distortion compensation using optical phase conjugation in a silicon nanowire [J]. *Optics Express*, 2015, 23 (3): 3640–3646.
- [11] Vellekoop I M, Cui M, Yang C. Digital optical phase conjugation of fluorescence in turbid tissue [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 101 (8): 1–5.
- [12] Popoff S M, Lerosey G, Carminati R, et al. Measuring the transmission matrix in optics: an approach to the study and control of light propagation in disordered media [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104 (10): 1–4.
- [13] Popoff S M, Lerosey G, Fink M, et al. Controlling light through optical disordered media: transmission matrix approach [J]. *New Journal of Physics*, 2011, 13 (1): 1–25.
- [14] Li G, Meng X, Wang L, et al. Coherent-detection radio-over-fiber link with high spectral efficiency based on digital phase noise cancellation [J]. *Applied Optics*, 2022, 61 (36): 10700–10706.
- [15] Uniyal S, Vishwakarma N, Swaminathan R. Multi-hop IRS-assisted free space optics communication with DF relaying: a performance analysis [J]. *Applied Optics*, 2023, 62 (18): 4716–4726.

[16] Vellekoop I M, Mosk A P. Phase control algorithms for focusing light through turbid media[J]. Optics Communications, 2008, 281(11): 3071–3080.

et al. Genetic algorithm optimization for focusing through turbid media in noisy environments[J]. Optics Express, 2012, 20(5): 4840–4849.

[17] Conkey D B, Brown A N, Caravaca-Aguirre A M,

Focusing Light through Scattering Media by Ant Colony Algorithm

FANG Longjie, CHENG Ke, HE Xiujun
(College of Optoelectronic Engineering, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

Abstract: Focusing light through scattering media is an important goal in optical communication and bioimaging. Since the components of the scattering medium are highly heterogeneous, light transport in such media experiences multiple scattering. A very challenging problem in such a process is to find the right wave front of the incident light. In this paper, an ant colony algorithm is exploited to optimize the phase distribution of the incident wavefront. It is found that the enhancement of the focus obtained by the ant colony algorithm is higher than the focus obtained by the genetic algorithm. The accuracy and stability of the ant colony algorithm are verified using both numerical simulation and experiment. Therefore, in the study of light focusing or imaging, the ant colony algorithm should be considered first.

Keywords: ant colony algorithm; scattering; focusing; phase modulation