

文章编号: 2096-1618(2025)03-0326-03

# 基于 FFT 和 NCGM 的非高斯型粗糙表面构建方法研究

徐淑娟<sup>1</sup>, 张鑫<sup>2</sup>

(1. 浙江师范大学地理与环境科学学院, 浙江 金华 321004; 2. 电子科技大学机械与电气工程学院, 四川 成都 611731)

**摘要:**机车轮轨接触表面的粗糙度对轮轨接触力学行为及界面应力场分布具有重要影响。在制造及实际服役过程中,轮轨表面微凸体高度呈现非高斯型分布特性且具有任意方向性。基于自相关函数法,构建非高斯型分布粗糙表面,并采用非线性共轭梯度法和快速傅立叶变换提升求解效率。此外,还探讨了不同自相关长度对粗糙表面特性及求解时间的影响规律。

**关键词:**轮轨;非高斯型;粗糙表面;自相关函数

**中图分类号:**TP273

**文献标志码:**A

**doi:**10.16836/j.cnki.jcuit.2025.03.012

## 0 引言

机械零件表面粗糙度对接触面的机械性能和物理性能有着显著影响<sup>[1]</sup>。在机车轮轨制造及实际服役过程中,其表面微凸体高度分布满足非高斯型分布特性,同时高度分布具有任意的方向型。建立任意方向非高斯型粗糙表面的构建方法,对研究轮轨接触关系及轮轨磨损行为有着重要的意义。

Nayak<sup>[2]</sup>最初采用随机序列方法构建二维高斯型各向同性粗糙表面。之后,Patir<sup>[3]</sup>在此基础上,将粗糙表面模型拓展至三维。DeVries<sup>[4]</sup>则通过引入自回归随机时间序列方法,实现非高斯型粗糙表面的模型构建。随后,Watson等<sup>[5-6]</sup>基于此方法框架,通过维度扩展,构建了三维非高斯型粗糙表面。Hu等<sup>[7]</sup>则使用滤波器法构建三维粗糙表面。此后,该领域持续引发了诸多研究与探索<sup>[8-10]</sup>。

在粗糙表面构建时需注意:通过非线性方程组计算确定自相关系数;依靠卷积矩阵求解得到高度分布。本研究采用两种高效算法优化这一过程,应用非线性共轭梯度法(nonlinear conjugate gradient method, NCGM)处理复杂的非线性方程组,并结合快速傅里叶变换(fast fourier transform, FFT)技术高效计算卷积运算,极大地提高了计算效率。

## 1 粗糙表面的构建

研究中,采用指数型表达式对自相关函数进行数学描述,其具体形式如下:

$$A(\alpha, \beta) = \sigma^2 \exp \left[ \ln 0.1 \sqrt{\left( \frac{\alpha \cdot \Delta_x}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{\beta \cdot \Delta_y}{l_y} \right)^2} \right] \quad (\alpha=0; M_x-1, \beta=0; M_y-1) \quad (1)$$

式中,  $l_x$ 、 $\Delta_x$ 、 $M_x$  分别代表  $x$  方向的自相关长度、网格尺寸和网格数目;相应地,  $l_y$ 、 $\Delta_y$ 、 $M_y$  分别表示  $y$  方向的对应值。

获得自相关函数后,确定自相关系数  $\chi$ :

$$A(\alpha, \beta) = \sum_{\alpha'=1}^{M_x-\alpha} \sum_{\beta'=1}^{M_y-\beta} \chi(\alpha', \beta') \chi(\alpha+\alpha', \beta+\beta') \quad (2)$$

针对上述非线性方程组,直接求解自相关系数  $\chi$  不仅极为困难,且传统求解方法在计算上极为耗时。本文采用 NCGM 进行求解,显著加快了求解速度和收敛速度。

设函数  $F(\alpha, \beta)$  在最小值处满足:

$$F'(\alpha, \beta) = \sum_{\alpha'=1}^{M_x-\alpha} \sum_{\beta'=1}^{M_y-\beta} \chi(\alpha', \beta') \chi(\alpha+\alpha', \beta+\beta') - A(\alpha, \beta) = 0 \quad (3)$$

在函数  $F(\alpha, \beta)$  未知条件下,可采用 NCGM 对式(5)进行求解,并假定  $F'(\alpha, \beta)$  负方向为共轭方向,通过迭代过程来计算自相关系数  $\chi$ 。

算得自相关系数  $\chi$  后,则粗糙表面的高度分布:

$$z_{\alpha\beta} = \sum_{\alpha'=1}^{M_x} \sum_{\beta'=1}^{M_y} \chi(\alpha', \beta') \vartheta(\alpha'+\alpha, \beta'+\beta) \quad (4)$$

式中  $\vartheta$  为一个随机时间序列。

由于采用离散卷积形式直接求解会导致计算量过大。为此,本文采用 FFT 算法进行求解,以实现求解速度的显著提升。

对式(4)两侧施加二维离散傅里叶变换,可得到:

$$\tilde{z}_{\alpha\beta} = \tilde{\chi}_{\alpha\beta} \cdot \tilde{\vartheta}_{\alpha\beta} \quad (5)$$

由此,时域上的离散卷积可在频域上转化为点积,使运算复杂度由式(4)的  $O[(2M_x+1)(2M_y+1)]$  降至

式(5)的 $O[M_xM_y]$ 。基于式(5)得到频域中的 $\tilde{z}_{\alpha\beta}$ 后,再通过二维离散傅里叶逆变换重构,从而得到粗糙表面的高度分布 $z_{\alpha\beta}$ :

$$z_{\alpha\beta}=\text{IFFT}_{xy}(\tilde{z}_{\alpha\beta})$$

(6)

2 算例分析

设网格数目 $M_x=M_y=512$ ,表面高度方差 $\sigma^2=0.8$ ,分别获得不同自相关长度的粗糙表面。

取自相关长度 $l_x=l_y=20$ ,通过 NCGM 和 FFT 技术构建各向同性粗糙表面。同时取 $l_x=15,l_y=35$ 和 $l_x=10,l_y=50$ ,构建各向异性粗糙表面。

如图 1 所示,在不同的自相关长度下,每个网格节点的自相关系数也有很大的差别。当 $l_x=l_y=20$ 时,自相关系数也表现出对称性;当两个方向的自相关长度不一样时,自相关系数也会逐渐丧失对称性;并且,随着自相关长度的差别变大,不对称性也越来越大。这一点,从自相关函数云图(图 2)可清晰看出。

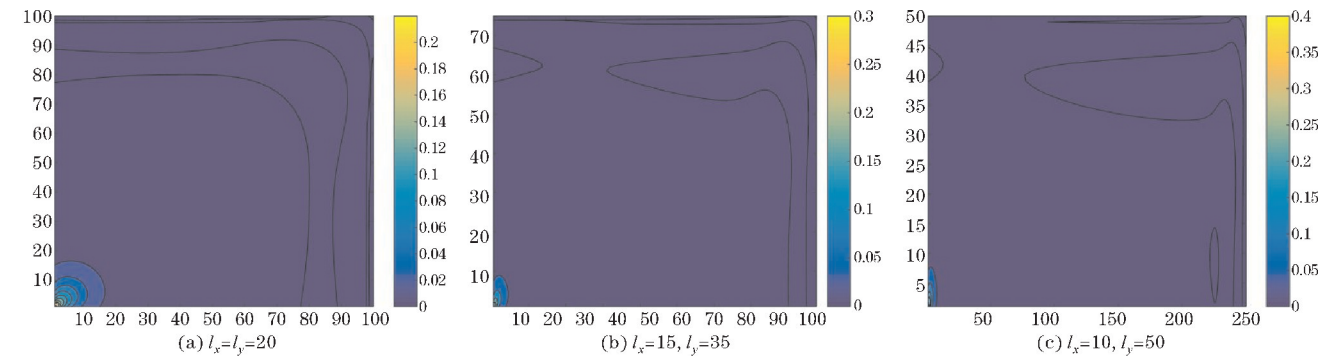


图 1 自相关系数

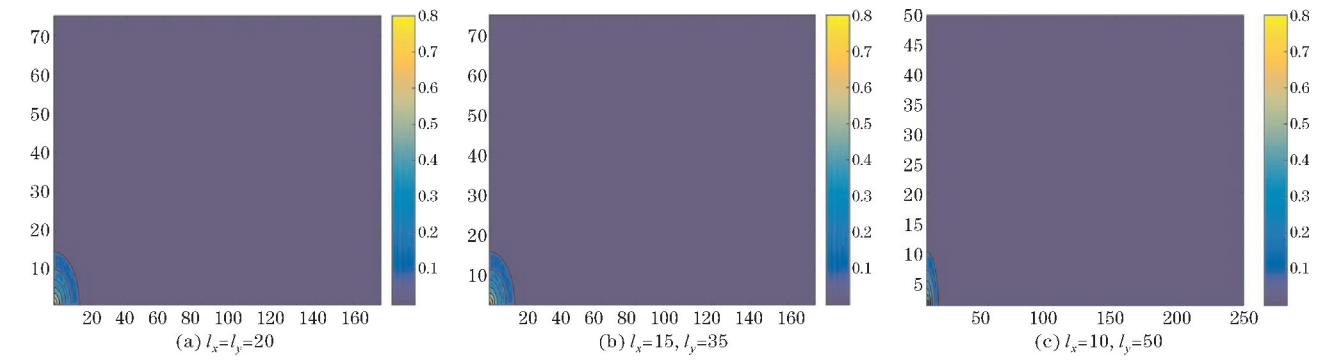


图 2 自相关函数

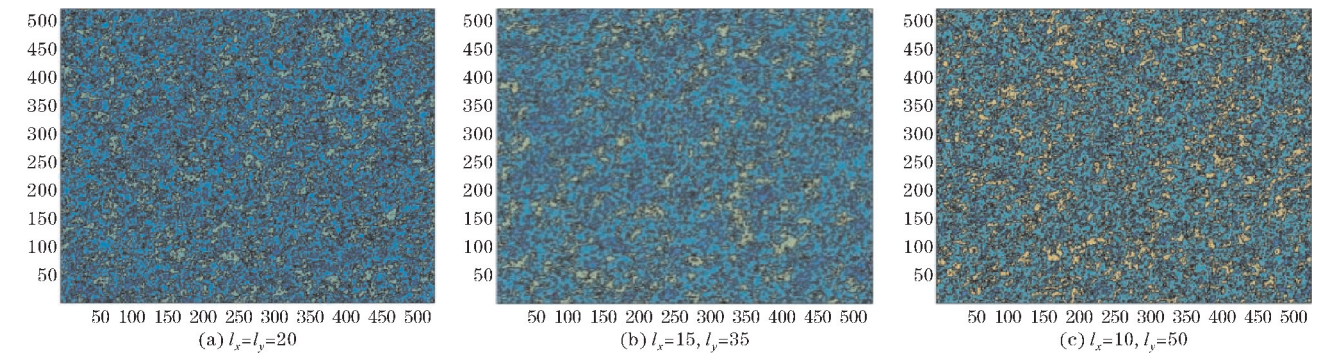


图 3 粗糙表面

如图 3 所示,给出不同自相关长度下的粗糙表面微凸体高度分布云图。从图 3(a)可以看出,表面高度分布具有各向同性,从图 3(b)和(c)可以看出,表面高度分布有明显沿 $y$ 方向的织构趋势。且随着自相关长度差异的变大,各向异性的趋势也在变大。

同时,表 1 给出 3 种工况下的计算时间。Case 1: $l_x=l_y=20$ ;Case 2: $l_x=15,l_y=35$ ;Case 3: $l_x=10,l_y=50$ 。

表 1 计算时间			单位:s
Case 1	Case 2	Case 3	
28.44	37.61	36.42	

从表 1 可以看出,运用 NCGM 和 FFT 加速算法后,计算时间大大减少,构建一个 512×512 网格的数值粗糙表面,只需要几十秒。说明此方法的实用性和高效性。

3 结 束 语

(1)采用自相关函数法构建非高斯型粗糙表面,并同步分析高度分布的各向同性与各向异性特征;(2)采用 NCGM 求解非线性方程组,并通过 FFT 计算离散卷积,显著提升了求解速度;(3)构建的各向异性粗糙表面具有明显的倾斜织构趋势。

参考文献:

[1] Bush A, Gibson R, Thomas T. The elastic contact of a rough surface[J]. Wear, 1975, 35(1): 87-111.  
[2] Nayak P R. Random process model of rough surfaces [J]. Journal of Tribology, 1971, 93(3): 398-407.  
[3] Patir N. A numerical procedure for random generation of rough surfaces[J]. Wear, 1978, 47(2): 263-277.  
[4] Devries W. Autoregressive time series models for

surface profile characterizatio-n[J]. Annals of the CIRP, 1979, 28(1): 437-440.  
[5] Watson W, King T, Spedding T A, et al. The machined surface time series modelling [J]. Wear, 1979, 57(1): 195-205.  
[6] Watson W, Spedding T A. The time series modelling of non-Gaussian engineering processes [J]. Wear, 1982, 83(2): 215-231.  
[7] Hu Y, Tonder K. Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and Fourier analysis [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 1992, 32(1): 83-90.  
[8] 陈海波,陈辉,胡元中,等. 数字滤波法模拟粗糙表面的误差分析[J]. 润滑与密封, 2007, 32(9): 52-55.  
[9] 陈辉,陈海波,胡元中,等. 三维粗糙表面的计算机生成及其纹理控制[J]. 润滑与密封, 2007, 32(8): 42-45.  
[10] 曾文涵,高咏生. 三维表面粗糙度 高斯滤波快速算法[J]. 计量学报, 2003, 24(1): 10-13.  
[11] 张鑫. 多场耦合接触力学问题的半解析法建模研究[D]. 成都:西南交通大学, 2018.

Study on the Generation of the Non-Gaussian Rough Surfaces  
based on the NCGM and FFT

XU Shujuan<sup>1</sup>, ZHANG Xin<sup>2</sup>

(1. College of Geography and Environmental Science, ZheJiang Normal University, Jinhua 321004, China; 2. College of Mechanical and Electrical Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The roughness of the locomotive wheel-rail contact surface significantly affects the contact mechanics behavior and the distribution of interfacial stress fields. During manufacturing and in-service operations, the asperity height distribution on wheel-rail surfaces exhibits non-Gaussian characteristics with arbitrary correlations. In this work, a non-Gaussian rough surface was constructed based on the autocorrelation function method (ACF). To improve computational efficiency, the nonlinear conjugate gradient method and fast Fourier transform were employed. To improve computational efficiency, the non-linear Conjugate Gradient Method (NCGM) and the Fast Fourier Transform (FFT) were employed. Furthermore, the influence of different autocorrelation lengths on rough surface characteristics and computation time was investigated.

**Keywords:** wheel-rail; non-Gaussian; rough surface; ACF